

Copie d'une échelle de Gunter¹

TABLES SCIENTIFIQUES LA REVOLUTION DES LOGARITHMES

S. Savovsky, Dr ès Sc

I INTRODUCTION

De nombreux écrits, en tête ceux d'auteurs réputés², content l'histoire des logarithmes ; excepté la découverte inattendue d'un fait passé mais ignoré jusqu'alors, rien ne justifie un ajout à cet ensemble. Néanmoins j'en propose ici une sorte de survol ; son itinéraire suit les travaux d'historiens des sciences, en empruntant aussi souvent que possible les témoignages de ceux, célèbres ou modestes, contemporains des événements qu'ils relatent. S'y ajoutent quelques trouvailles de collectionneur ; car nous sommes dans une publication de collectionneurs³ et ces quelques repères historiques leur seront peut-être d'utiles compagnons lors de leurs quêtes sur le terrain.

Durant la seconde moitié du siècle précédent, l'émergence de l'informatique et son essor rapide révolutionnèrent les métiers du traitement de l'information, en particulier, le calcul. Nous vivons actuellement le prolongement de cette révolution. Elle occulte souvent l'importance des apports antérieurs pour ces métiers. Ainsi les modernes adeptes de l'informatique, et je pense aux plus jeunes, oublient l'émergence d'une très vieille idée et sa remarquable mise en valeur au début du XVIIe siècle, par Neper et Burgi⁴ : les logarithmes ; ce fut une révolution dans les techniques de calcul dont la conséquence matérielle dans l'outillage de la mathématique appliquée persista jusqu'à ce qu'elle soit détrônée par celle de l'informatique. Elle eut en outre des applications majeures en mathématique pure, établies notamment par Euler.

Le lecteur pourrait maintenant objecter qu'une table, surtout lorsqu'il s'agit de logarithmes, n'a qu'un lointain rapport avec les arts mécaniques. Elles sont néanmoins des objets de notre passion de collectionneur et de chercheur. En outre, si la mécanique permet de sculpter finement des idées de mathématiciens dans la matière, alors le lecteur constatera sa présence dans cette histoire.

II UNE ABSTRACTION

La mathématique est éternelle quel que soit le devenir de notre monde, anéantissement inclus : formée d'abstractions, elle préexiste hors de toute expression. Motivés par leur soif de connaissance, des humains s'ingénient à déceler l'existence de ces abstractions et les expriment. Il existe ainsi de tous temps une abstraction toute simple : l'isomorphisme, base de tout ce qui suit, dont l'émergence dans le savoir de l'humanité, jusqu'à sa mise en forme moderne et sophistiquée, nécessita plusieurs millénaires... Voici :

Soient $\mathcal{G}+$ et $\mathcal{G}\times$ les groupes, additif et multiplicatif, des réels ; pour tout a positif et différent de 1, la fonction logarithme de base a , $y = \log_a x : y \rightarrow a^y$, est un isomorphisme du groupe multiplicatif $\mathcal{G}\times$ dans le groupe additif $\mathcal{G}+$.

Ouf ! Cela nécessite un minimum d'entraînement à l'envol vers les abstractions ; restons donc sur terre⁵ et traduisons en termes plus usuels :

Lorsqu'une multiplication s'avère ennuyeuse à effectuer, il suffit de changer d'environnement : quitter $\mathcal{G}\times$ et entrer dans $\mathcal{G}+$, effectuer l'addition correspondante, récupérer le résultat et revenir avec dans $\mathcal{G}\times$.

Enfin, simplifions plus encore...

Il suffit d'utiliser une table de logarithmes ou plus commodément, une règle à calcul. Tout un chacun sait faire cela aujourd'hui.

¹ Copie, presque parfaite, des premières échelles logarithmiques dessinées et imprimées au XVIIe siècle par Gunter (fig.10), publiée dans l'Encyclopédie au XVIIIe siècle (xii, pl.14).

² L'étude de Naux - deux tomes (xliii, xlv) dont le premier est consacré à la découverte des logarithmes - met bien en évidence la lente genèse de cette notion et la multiplicité des mathématiciens qui purent la pressentir et même l'utiliser. Il revient cependant incontestablement à Néper de l'avoir magistralement exposée et vulgarisée dans la communauté scientifique de son époque. Naux a étudié avec soin les controverses ou incertitudes qui parsèment cette histoire.

³ Collectionner des tables numériques est une affection peu commune ; néanmoins l'auteur de ce texte n'en souffre pas seul, dans ses finances personnelles bien évidemment : un catalogue d'une collection « STOA » rencontré sur l'internet offre une intéressante bibliographie d'ouvrages concernant le sujet de cet article (xxix) ; ΣΤΟΑ : excellente ouverture vers le passé.

⁴ L'orthographe de chaque nom cité varie d'une langue à l'autre et même parfois dans la même langue, la pire à ce propos étant le latin avec ses déclinaisons. La règle observée dans cette communication, consiste à respecter, dans chaque citation et éventuellement son commentaire, l'orthographe utilisée par son auteur. De cette règle résultent quelques variations...

⁵ « Arts Mécaniques » étant réputés pour la pureté de leur langage, je n'ai pas osé écrire : redescendons au niveau des pâquerettes.

Tout un chacun ? Voire... En effet, la moindre calculette, à peine plus grande qu'une carte de paiement, dispense désormais de ces efforts, aussi bien pour calculer un service, attablé devant un café, qu'un moment fléchissant, penché sur une épure de poutre. Alors, cet isomorphisme et son application pratique : les logarithmes, quelle que soit la manière dont on les exprima dans les siècles passés, qu'en reste-t-il aujourd'hui dans nos mémoires de collectionneurs informatisés ? Peu, apparemment ; voici par conséquent un mémorandum pour le chineur devant une trouvaille insolite...

III L'ANCETRE : TABLETTE CUNEIFORME

Historiquement, les travaux des mathématiciens grecs et latins de l'Antiquité constituèrent fréquemment les bases de progrès ultérieurs, menant finalement à nos connaissances modernes ; or des découvertes révèlent parfois ailleurs, au fil des ans, des travaux antérieurs, prolongeant ainsi notre connaissance des racines de la mathématique moderne de plus en plus profondément dans le passé et en d'autres lieux.

L'une de ces racines pénètre dans l'un des dépôts de textes cunéiformes du Moyen Orient, rescapés des ravages du temps. Le sol restitue des bibliothèques entières, le plus généralement en amas de tablettes d'argiles⁶ dont la sauvegarde, avant toute tentative de lecture, constitue un exploit à chaque exhumation. Quant à leur lecture, remercions les spécialistes de ces textes vénérables de leurs interprétations, fruits d'études opiniâtres.

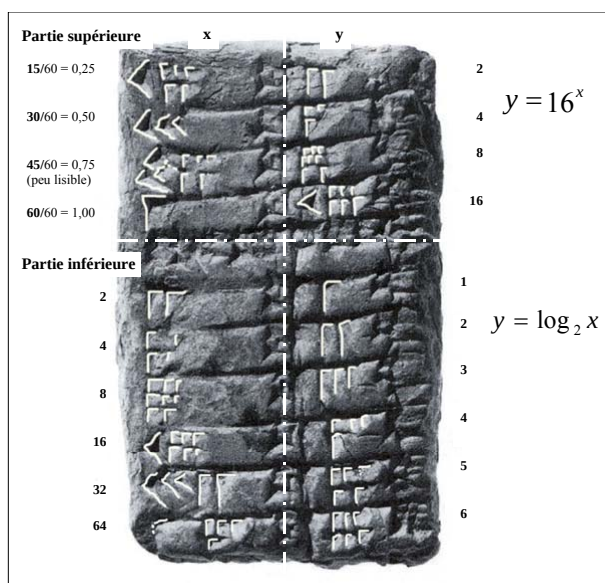
Selon Georges Ifrah (xxxiii), notre écriture serait fille d'une invention de comptables, lesquels imaginèrent ce moyen pour gérer les richesses dont ils avaient

la charge⁷. Or lorsqu'on examine les tablettes de ces comptables, pleines de chiffres, force est de constater avec émerveillement que la pensée mathématique de ces scribes allait déjà bien au-delà des deux opérations de l'arithmétique élémentaire : l'addition et la multiplication. Entre autres, les fonctions : exponentielle et logarithmique, suscitèrent déjà l'attention de quelques uns d'entre eux, curieux et penseurs et non plus seulement simples calculateurs et manieurs de calames.

Une tablette en particulier convainc de ce fait : elle appartient à la collection babylonienne de l'Université de Yale. Selon la description produite par l'American Oriental Society⁹, une seule face (fig. 1) est lisible ainsi que les bords. Cette face lisible comporte deux parties séparées par une ligne d'un texte probablement explicatif mais difficilement interprétable en toute rigueur selon la description citée.

La partie supérieure comporte, à gauche, une série en colonne de nombres en progression arithmétique, à droite, une seconde série en progression géométrique. La partie inférieure, sous la ligne de texte, comporte aussi deux séries en colonne, à gauche en progression géométrique, à droite en progression arithmétique.

Dans chacune des deux parties la correspondance entre les deux suites est évidente. Avec nos notations contemporaines cette correspondance entre les deux suites de la partie supérieure et celle entre les deux suites de la partie inférieure s'expriment simplement.



1 : tablette MLC 2078, face lisible. Les empreintes du calame dans l'argile ont été marquées ici de blanc le long de leurs bords les plus anguleux pour en faciliter l'observation.

Ces marques ne constituent pas des représentations fidèles des caractères cunéiformes et le lecteur curieux de leurs aspects réels se reportera utilement aux ouvrages cités à cet effet en bibliographie.

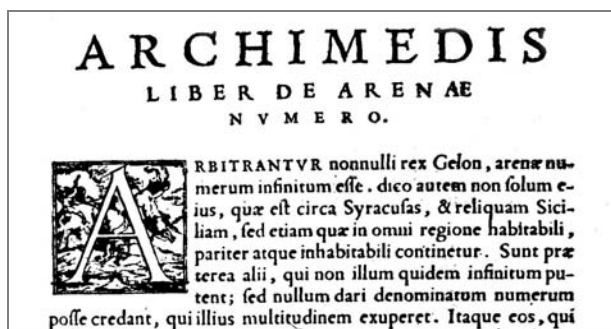
Le système de numération, de base 60 et de position n'utilise cependant que deux caractères ; celui notant l'unité est souligné avec : $\lceil$, celui notant la dizaine est souligné avec : $\angle$. Ces deux caractères sont groupés pour former les nombres de 1 à 59. En l'absence de zéro et de tout symbole conventionnel pour représenter les nombres fractionnaires ou les suites décimales, comme dans la colonne de gauche de la partie supérieure, seul le contexte, pour ceux capables de le lire⁸, permet de s'y retrouver...

⁶ Doit-on à ce propos apprécier comme heureux les conflits endémiques incendiant ces contrées mais transformant ainsi la pâte crue, donc fragile, des tablettes en pâte cuite donc plus résistante ?

⁷ En résumant outrancièrement, ce furent, à l'origine de petits modelages en argile, ensuite des empreintes de ces modelages sur des tablettes, enfin des représentations schématiques de ces empreintes, marquées à l'aide de calames : les caractères cunéiformes ; une évolution étalée sur quelques siècles...

⁸ Ce qui n'est pas le cas de l'auteur de ce papier, lequel pâlit sur l'image présentée pour en saisir et souligner les mystères.

⁹ φ v, p.35.



2 : Début du fameux *Discours du sable* d'Archimède sur le nombre de grains, dans lequel apparaît ce qui sera ultérieurement la base du calcul logarithmique. La date d'édition de cette traduction latine : 1556 (viii), indique que les découvreurs et les premiers usagers des tables de logarithmes avaient vraisemblablement connaissance des idées d'Archimède au début du XVIIe siècle.

Ce besoin existait évidemment dans le passé avec acuité ; de surcroît, le système de numération sumérien de base 60, agrémenté de l'absence de zéro, constituait un puissant motif pour que les scribes mémorisassent un fois pour toutes leurs résultats, évitant ainsi d'avoir à recommencer des calculs diaboliques !

Nonobstant il s'agit, dans l'exemple présenté, d'une table concernant deux fonctions dont la connaissance et l'usage sont encore loin d'être universels aujourd'hui. Comme toute découverte issue de ce lointain passé, il est impossible d'affirmer l'absence de faits concurrents, antérieurs ou postérieurs, en d'autres lieux. Mais, peu importe l'identité du premier découvreur et ne nous laissons pas d'admirer ces lointains prédécesseurs dans leur ensemble : ils percurent, certainement séparés dans le temps et aussi dans l'espace, cette propriété féconde de correspondance entre suite arithmétique et suite géométrique, familière aux mathématiciens contemporains.

Comment le scribe¹⁰ qui composa la tablette prit-il conscience de cette propriété ? On peut imaginer que déjà à cette époque le bénéfice obtenu de l'exploitation d'un bien pouvait à son tour être exploité et produire un bénéfice. Le bénéfice, capitalisé progresse donc plus rapidement que le temps qui passe. C'est vraisemblablement ce que le scribe constata et nota.

IV L'ARENAIRE ET QUELQUES AUTRES ANTIQUITES

L'histoire conserve le nom de l'illustre Archimède. Homme surprenant ! La tradition rapporte qu'il découvrit incidemment une loi de l'hydrostatique en prenant son bain ; il exprima de manière tout aussi insolite, mais probablement au sec, la propriété fondamentale des logarithmes, en démontrant la possibilité de dénombrer les grains de sable de la plage de Syracuse. À la condition de vaincre la difficulté d'une phraséologie hors d'âge, la propriété fondamentale utilisée pour la définition des logarithmes apparaît dans l'Arénaire (ix). Montucla rapporte (xli, p.240) :

"Parmi les Ouvrages de pure théorie dûs à *Archimède*, il ne nous reste plus à faire connoître que celui qui est intitulé : de *Numero Arenæ*, ou *Arenarius*. Quelques personnes peu instruites de la nature des nombres & des progressions, lui en fournirent le sujet. Elles disoient qu'aucun nombre, quelque grand qu'il fût, ne suffiroit à exprimer la quantité de grains de sable répandus sur les bords de la mer. Archimède entreprit de montrer qu'elles étoient dans l'erreur ; & effectivement il fait voir dans cet ouvrage, que quand on supposerait les bornes de l'Univers beaucoup au delà de celles qu'on lui donnoit alors, le cinquantième terme d'une progression décuple croissante seroit plus que suffisant pour exprimer le nombre des grains de sable qu'il contiendrait."

Disposant d'un système de numération, écrit et surtout parlé, rudimentaire, certains Grecs de

Pour la partie supérieure :

$$y = 16^x \text{ ou } x = \log_{16} y$$

Pour la partie inférieure :

$$y = \log_2 x \text{ ou } x = 2^y$$

La nature de ces deux tables apparaît indubitablement en dépit de la difficulté de lecture. Nous héritons là d'une table pour une fonction exponentielle et d'une table de fonction logarithmique, vieilles de plusieurs milliers d'années ! Leur simplicité et leur caractère rudimentaire : quelques nombres, ne retranchent rien à la beauté de ce legs scientifique.

L'usage actuel de calculettes nous incite à oublier que, même avec notre système décimal de numération, nous ressentons parfois le besoin de tables, ne serait-ce que pour l'apprentissage du calcul.

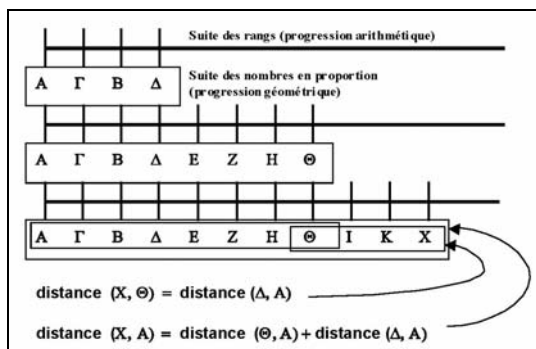
Φανερὸν δὲ
ὅτι καὶ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει ἐνὶ ἐλάττωνας ἢ ὅσος ἐστὶν
ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οὓς ἀπέχοντι ἀπὸ τῆς μονάδος
οἱ Δ, Θ · οἱ μὲν γὰρ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ τοσοῦτοί ἐντι,
ὅσους ὁ Θ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει, οἱ δὲ Ι, Κ, Λ ἐνὶ ἐλάττωνας ἢ
ὅσους ὁ Δ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει · σὺν γὰρ τῷ Θ τοσοῦτοί ἐντι.

3 : Correspondance entre progression arithmétique et progression géométrique selon Archimède. Ces quelques lignes sont extraites de l'Arénaire dont le texte grec dans l'édition moderne consultée comporte 12 pages démontrant la possibilité de dénombrer les grains de sable contenus dans une sphère ayant les dimensions de l'univers, tel que connu à l'époque d'Archimède. Démonstration qui paraîtra incroyable au commun des hommes sans expérience des mathématiques, conclut Archimède en s'adressant au roi Gélon de Syracuse, lequel n'appartenait certes pas au commun.

10 Nous le nommerions aujourd'hui : actuaire.

l'Antiquité, s'interrogeaient sur la possibilité d'écrire des nombres atteignant et surtout dépassant des tailles inusitées¹¹. *Myriade* désigne dans notre vocabulaire moderne une grande quantité, sans plus de précision. Interprétant la traduction de l'Arénaire, ce mot devait désigner pour les contemporains d'Archimède le nombre : 10^4 . Archimède rappelle (ix, p.146) les limites du langage et de la numération orale¹² :

"Il se trouve ainsi que la tradition nous ait transmis les noms de nombres jusqu'à dix mille, et nous distinguons suffisamment les nombres dépassant les dix mille en énumérant le nombre des myriades jusqu'à la myriade de myriades".



4 : Interprétation graphique de l'Arénaire. Figure aisée à tracer sur le papier. Qu'en aurait-il été sur le dallage d'une salle recouvert d'une couche de sable fin, disposant d'une baguette et non pas d'un clavier et d'un pavé tactile ? Les notations sont celle du texte original d'Archimède (fig.3, ci-dessus).

manière une myriade de myriades de nombres *troisièmes* puis *quatrièmes*, etc. Il cite comme terme de ce processus la suite de nombres d'ordre : *myriade de myriades*. Chaque nombre créé possède sa dénomination : celle traditionnelle d'un nombre premier suivie de l'indication de l'ordre de sa création¹³.

Archimède anticipe la suite de son discours en affirmant que cela devrait suffire pour le comptage des grains de sable ; il avance néanmoins la possibilité d'aller plus loin : il nomme *première période* la suite construite et suggère de l'utiliser comme précédemment, etc.

Dans une deuxième partie du discours, Archimède considère dans la suite ainsi constituée des nombres en *proportion*¹⁴. Il prouve que le produit de deux nombres dans cette *proportion* appartient également à cette *proportion* ; ce faisant il énonce une propriété qu'il utilise ensuite dans de laborieuses multiplications : le rang du résultat de la multiplication dans la *proportion* égale la somme, diminuée de un, des rangs des termes de cette multiplication. Bien que ce ne soit pas le but du très long discours de l'Arénaire, cet énoncé en demeure pour l'éternité le propos essentiel¹⁵.

Dans ce but, pour situer un terme dans la *proportion*, Archimède introduit la notion de distance de ce terme à l'unité : c'est le nombre d'éléments de l'intervalle, bornes incluses, délimité par l'unité et le terme considéré. Il note l'unité : A ; il considère alors deux termes quelconques : Δ et Θ, puis leur produit X. Tous ces termes étant placés dans la *proportion* complète, il montre que la distance du produit à l'unité est égale à la somme des distances des termes du produit à l'unité dont on retranche 1 afin d'éviter de compter deux fois l'élément commun (ici : Θ). La démonstration implique un discours de plusieurs pages, inévitable dans un passé

Nonobstant, la tradition déjà hermétique pour l'énumération jusqu'à la myriade de myriades (10^8), restait muette pour la suite. Archimède consacre alors une partie de son discours à montrer comment construire une suite aussi grande que l'on veut de nombres, par copie itérative de la *myriade de myriades* connue, et comment les dénommer ; dénommer les nombres : précaution indispensable garantissant leur réalité !

À cet effet, il qualifie : *premiers*, les nombres de la suite initiale allant de l'unité (=1) jusqu'à la *myriade de myriades* ($=10^8$). Il crée une nouvelle suite formée d'une *myriade de myriades* de nombres qualifiés : *seconds*, en prenant comme unité le nombre *myriade de myriades* précédent :

« Un second » = « myriade de myriades premier »

Tous les nombres de ce complément sont dénommés ensuite comme les précédents en ajoutant l'indication de l'ordre de création : *second*. Il construit de la même manière

11 F. Peyrard produisit une traduction en français des œuvres d'Archimède en 1807 (xlix). Rapporteurs de cette traduction pour l'Institut National, Lagrange et Delambre déclarèrent : *c'est outrer les choses...* que d'attribuer à Archimède une antériorité dans la genèse des logarithmes (xlix, p.xlij). Or dans le même ouvrage, Delambre décrit dans une note annexe l'arithmétique grecque en usage à l'époque d'Archimède ; la lecture de cette note suggère que la complexité de l'arithmétique grecque fut vraisemblablement un sujet de profonde réflexion pour un scientifique tel qu'Archimède et que sa proposition dans l'arénaire résulte d'une volonté de recherche innovante pour simplifier ses calculs, précédant ainsi les travaux de Neper et de Burgy pour la même raison (xlix, p.569) ; l'idée, de ce point de vue était donc bien là. D'autres transcriptions et traductions plus récentes de l'Arénaire sont disponibles : Thomas, en anglais (lvi, Sand reckoner, pp.199/201), Belles Lettres, en français (viii).

12 Des difficultés semblables de numération orale existent toujours, pour les nombres élevés, dans les langues modernes ; nous sommes cependant convaincus de leur existence, en dépit du risque de trébucher en les nommant dans nos paroles ; nous disposons de la numération écrite de position et, éventuellement, de la notation exponentielle pour les exprimer commodément. Ces modes d'écriture n'existaient pas à l'époque d'Archimède et c'est justement un remède à cette insuffisance qu'il propose dans l'Arénaire.

13 Avec ces notations : 1 (ordre n) = 1 (premier) $\times 10^{8+n-1}$ et x (ordre n) = x (premier) $\times 10^{8+n-1}$. Cette règle simple n'indique cependant pas comment dans une suite d'ordre n, nommer les nombres compris entre x et x+1, x et 1 d'ordre n.

14 *Progression géométrique*, dans notre vocabulaire.

15 La plupart des traducteurs ou commentateurs modernes d'Archimède attribuent la première démonstration de cette propriété, base des logarithmes, à Archimède. xlix, pp.360, 516.

ne bénéficiant pas des notations modernes ; nous le résumons néanmoins, en profitant de nos habitudes modernes, dans un discours de cinq lignes (fig.4) :

distance (X, A) = distance ($\Theta \times \Delta$, A), avec :
distance (X, Θ) = distance (Δ , A)
distance (Δ , A) = n
distance (Θ , A) = m
distance (X, A) = m+n-1

Enfin en quelques pages, sachant combien une graine de pavot¹⁶ peut contenir de grains de sable, puis combien l'extrémité d'un doigt peut contenir de grains de pavots, s'aidant de volumes en *proportion* et grâce aux logarithmes pas encore ainsi nommés, Archimède fournit une estimation du nombre de grains de sable contenue dans une sphère bien connue, grâce à Aristarque, ce que chacun sait (ix, p.156) :

"Il est par conséquent évident que le nombre des grains de sable remplissant une sphère de la grandeur qu'Aristarque prête à la sphère des étoiles fixes est inférieur à mille myriades de nombres huitièmes." ¹⁷

Le roi Gélon dut se sentir satisfait¹⁸. Mais prêta-t-il attention à la géniale remarque d'Archimède : dans une progression géométrique le rang du produit de deux nombres situés dans cette progression est la somme de leurs rangs respectifs, sans oublier de retrancher un.

Montucla conclut son éloge d'Archimède par une remarque à la fois anodine et importante (xli, p.232) :

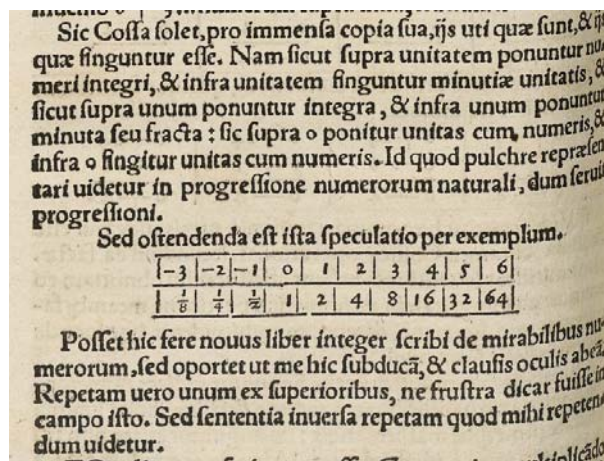
"Quoique ses recherches tendissent pour la plupart à une fin utile, il regarda cependant toujours la pratique comme une vile esclave de la théorie."

Remarque pertinente, concernant un génie qui pensait aux lois de l'hydrostatique en se prélassant dans son bain. Cet état d'esprit priva malheureusement les calculateurs d'une importante invention, durant plusieurs siècles à venir. En fait quels calculateurs ? L'espèce, en voie d'apparition, semble clairsemée dans l'Antiquité. En dépit de cette faiblesse, la curiosité et l'imagination incitèrent-elles d'autres humains en d'autres lieux et époques à comparer progression arithmétique et progression géométrique, base d'une transformation en mathématique féconde pour le calcul ? Des indices l'affirment. Parmi quelques exemples, en Occident, Jean de la Lande¹⁹ cite le moine Stiefelius comme un précurseur de Neper (voir ci-après et fig.5), en Orient, Joseph Needham relève²⁰ la présence de cette idée dans deux ouvrages²¹ :

"Both the *Chiu Chang* and the *Sun Tzu* have a question running thus: 'A girl skilful at weaving doubles each day the output of the previous day. She produces 5 feet of clothes in 5 days. What is the result of the first day, and of the successive days respectively?'"

Le résultat est bien évidemment : $x = 5/31$. L'important est le fait la question repose sur la correspondance entre une progression arithmétique (les jours) et une progression géométrique (les quantités produites).

Suite des jours	1	2	3	4	5
Suite des quantités produites quotidiennement :	x	2x	4x	8x	16x



5 : Stifelius, Correspondance entre une progression arithmétique et une progression géométrique. ¶ liii, fol. 249 (verso). Quelques siècles après l'anonyme de Mésopotamie et le savant Archimède de Syracuse mais plus d'un demi siècle avant Neper. Inutilisable pour des calculs mais l'idée était bien là une nouvelle fois.

16 La botanique au secours de la mathématique...

17 La *myriade* vaut : 10^4 ; la *myriade de myriades* vaut : 10^8 ; les sept premières *myriades de myriades* comptent jusqu'à : $10^{8 \times 7}$; mille *myriades* valant : 10^7 , le résultat trouvé finalement par Archimède est donc inférieur à $10^{8 \times 7} \times 10^7$, soit 10^{63} . Montucla se trompa donc dans son compte.

18 On pourrait ressentir de la consternation face à cette exigence royale, à l'allure de caprice, mobilisant le savoir d'un savant illustre pour répondre à une question apparemment futile. Après réflexion, elle traduit l'embarras d'un observateur, face à son incapacité à rendre compte d'un fait inaccoutumé avec concision, dans le langage usuel il dispose. Aujourd'hui encore, la physique moderne, certes à un autre niveau de complexité, place encore les chercheurs dans de telles situations. Il en sera probablement toujours ainsi.

19 Selon Dupuis (¶ xxv, pp.II/III, note de bas de page) : "Jerôme DE LA LANDE, célèbre astronome français, est né à Bourg (Ain) en 1732 et mort à Paris en 1807. Il fut membre de l'Académie des Sciences. La première édition de ses excellentes tables si souvent réimprimées parut en 1802".

20 ¶ xlv, p. 137, "Series and Progressions."

21 Lesquels semblent familiers aux sinologues, auteurs du monument édifié sous la Direction de Joseph Needham, mais inconnus du rédacteur et probablement de ses lecteurs.

Le constat banal qu'un bien puisse croître²³ à un rythme différent de celui des jours, n'éveille guère aujourd'hui notre curiosité, excepté lorsqu'on sollicite un crédit... On remarque néanmoins que ce fait banal suscita l'intérêt d'un ancien scribe chinois, comme cela se produisit antérieurement en Mésopotamie. Les vieilles archives conservent ainsi discrètement toutes sortes d'écrits exprimant plus ou moins explicitement une même idée issue d'observations quelconques, banales, éparpillées en toutes époques en tous lieux, découvertes réitérées d'une propriété mathématique importante mais insoupçonnée, oubliées jusqu'à ce qu'un découvreur plus perspicace s'en saisisse pour une application féconde..

Ce n'est donc que bien plus tard que cette histoire enregistrera une avancée remarquable et célèbrera deux personnages, l'un dans une nation de marins : Neper²⁴, l'autre dans une nation de banquiers²⁵ : Burgy, le premier toutefois occultant notablement le second ; elle préserve également les noms de successeurs : Briggs, Vlacq, Gunter, Gardiner, Oughtred pour les applications au calcul, le génial Euler pour l'analyse, enfin Babbage pour la mécanisation... Et d'autres encore, jusqu'à ce que l'électronique transforme tout cela en délices de collectionneurs.

V Neper et Burgy, puis Briggs²⁶

Que Napier ait eu connaissance de l'idée d'Archimède est une supposition très vraisemblable ; elle laisse intact son mérite. En effet, le passage consulté pour cet article est une traduction française, établie et commentée soigneusement par des spécialistes ; sa compréhension requiert néanmoins de l'attention. Que dire alors des textes très ésotériques dont Napier disposait ? Il fallut certainement, pour en percer la signification, une curiosité sans limite, des essais répétés d'applications pratiques, et par dessus tout un esprit scientifique capable de dominer toutes ces approches pour produire finalement un résultat exploitable par ses contemporains ; le succès fut immédiat. John Napier conserve donc bien l'immense mérite de l'invention des logarithmes, même s'il est maintenant établi qu'Archimède, et avant lui quelques autres anonymes, sont les anciens géniteurs de l'idée fondamentale.

Les performances révolutionnaires de l'informatique nous font oublier que chaque société à toutes époques eut ses problèmes de calcul et dut les aborder avec les moyens dont elle disposait. Or dans ce domaine particulier du traitement de l'information, une contrainte de délai, même de plusieurs heures, reste une obsession pour le calculateur s'il n'a pas le moyen adéquat de la respecter ; cette obsession fut par exemple celle des navigateurs au XVIII^e siècle, obligés de se livrer quotidiennement à des calculs astronomiques, lorsqu'ils sillonnaient les nouvelles routes océanes. A quelques années de distance, les logarithmes firent donc deux apparitions, l'une remarquée, en Écosse, l'autre, discrète, en Europe centrale²⁷ ; ce furent surtout les astronomes qui manifestèrent le plus grand enthousiasme pour l'invention.



6 : Une ancienne édition des travaux de Neper sur les logarithmes, probablement la première, datant de 1614.²²

²² ④ li, p.2, note 4 (bibliographie des premières éditions des tables de Neper) ; cette étude comporte en outre une bibliographie détaillée concernant ce sujet.

²³ Ou décroître, hélas !

²⁴ Neper, Napier (John), Lord of Merchiston. Biographie : ④ Napier's life and works (xxxii, pp.1/16).

²⁵ Hogben, historien passionné des aspects sociaux de la mathématique, suggère cette nuance concernant Burgy, connu portant en raison de sa contribution d'habile mécanicien aux travaux de Kepler, lequel savant astronome n'est vraiment pas réputé comme financier : "Bien que la table de Burgy ait été mentionnée par Kepler comme étant une invention utile au point de vue des calculs astronomiques, son origine n'est pas comme les logarithmes de sinus de Néper, directement liée aux calculs rapides nécessaires dans la navigation. Elle aida simplement à améliorer les tables d'intérêts composés de Stevinus." (④ xxx, p.487).

²⁶ Deux études récentes décrivent avec précision les travaux de ces deux inventeurs : ④ Denis Reogel (li, lii).

²⁷ Neper résidait en Écosse. Mais Byrge ? Il naquit à Lichtensteig, dans la Suisse actuelle et vécut ailleurs ; comment donc préciser en toute certitude sa nationalité dans la mosaïque de pays composant l'Europe centrale de son époque ?

La polémique d'antériorité

Montucla dans son *Histoire des Mathématiques*, se réfère aux écrits de Kepler, lequel connut Byrge²⁸ :

"Juste Byrge, observateur & constructeur des Instruments astronomiques du célèbre Landgrave de Hesse, calcula des tables de sinus de deux en deux secondes. Kepler lui fait honneur de la première idée des logarithmes. ceci ne doit cependant faire aucun tort à Neper qui en est avec raison réputé l'inventeur ; car la découverte de Byrge n'a jamais vu le jour. Kepler nous le présente comme beaucoup de génie, mais pensant si modestement de ses inventions ou si indifférent pour elles, qu'il les laissoit enfouies dans la poussière de son cabinet. C'est pour cela que quoiqu'il fût fort laborieux, il ne donna jamais rien au public par la voie de l'impression. ..."

Une note de bas de page signalée à la fin de la première phrase envoie avec précision le lecteur à la page 11 des Tables Rudolphines (fig.7) ; on y lit effectivement cet éloge :

"... qui etiam apices logistici Justo Byrgio multis annis ante editionem Neperianam, viam præiverunt, ad hos ipsissimos Logarithmos. Esti homo cunctator & secretorum fuorum custos, foetum in partu destituit, non ad usus publicos educavit. "

Jérôme de la Lande¹⁹ présente les pères²⁹ du calcul logarithmiques dans l'article : *Logarithmes* de l'*Encyclopédie Méthodique* (x, p.317) :

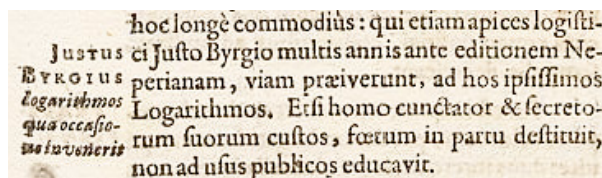
"La découverte des logarithmes est due au baron Néper, écossois, mort en 1618. Il faut ajouter cependant que Stifelius, arithméticien allemand avoit remarqué avant lui la propriété fondamentale des *logarithmes* ; savoir que le *logarithme* du produit de deux nombres est égal à la somme de leurs *logarithmes*. Mais cette proposition resta stérile entre ses mains, & il n'en tira aucun usage pour abrégier les opérations, ce qui fait l'essentiel de la découverte de Néper. Kepler dit aussi que Juste - Byrge, astronome du landgrave de Hesse, avoit imaginé les *logarithmes* ; mais de l'aveu de Kepler même, l'ouvrage où Byrge en parloit n'a jamais paru."

"Néper publia en 1614, sa découverte dans un livre intitulé : *mirifici logarhythmorum canonis descriptio*. Les *logarithmes* des nombres qu'il donne dans cet ouvrage diffèrent de ceux que nous employons aujourd'hui dans nos tables ; car dans les nôtres le *logarithme* de 10 est l'unité, ou ce qui est la même chose 1, 000 000 ; & dans celles de Néper, le *logarithme* de 10 est 2, 3025850³⁰. Nous verrons au mot LOGARITHMIQUE la raison de cette différence. Mais cette supposition lui paroissant peu commode, il indiqua lui-même des tables de logarithmes telles que nous les avons aujourd'hui. Elles furent construites après sa mort par Henri Briggs, dans son ouvrage intitulé : *Arithmetica logarithmica*. ... "

François Callet, auteur de tables réputées à la fin du XVIIIe siècle, eut l'heureuse idée de placer en introduction de son œuvre, l'histoire encore récente pour sa génération de l'édition des tables de logarithmes. Témoignage remarquable qui nous éclaire sur le retentissement qu'eut l'intrusion de ces volumes dans le milieu scientifique, révolution d'importance égale à celle que nous vivons aujourd'hui dans les métiers du traitement de l'information avec les ordinateurs. Voici donc l'invention de Napier, rapportée par François Callet³¹...

"C'est à Jean Néper, Baron écossois, que nous sommes redevables de l'invention admirable des logarithmes. Il publia cette heureuse découverte au commencement du dernier siècle, dans un ouvrage latin, qui a pour titre : *De mirifici logarhythmorum canonis constructione* (a) ; le système qu'il adopta d'abord fut celui des logarithmes naturels ou hyperboliques, qui ont l'unité pour module. ... "

Maximilien Marie, historien de la fin du XIXe siècle identifie les deux publications qui modifièrent radicalement le calcul numérique, en donnant la méthode et le moyen permettant de simplifier un calcul en le transformant (xl, p.86) :



7 : Extrait des Tables Rudolphines (p.11) ... Sur ces sommets des procédés de calcul, Juste Byrge avança dans l'idée (sur la voie du rêve) des logarithmes, plusieurs années avant la publication de Neper. Lent et secret dans ses affaires, auteur de la découverte (du nouveau né) il priva la communauté instruite de son usage.³²

28 Ce texte (xli, p.471) respecte le témoignage de Kepler. Néanmoins Montucla dans sa description de l'invention des logarithmes attribue sans réserve la découverte à Neper et insiste sur le fait que Byrge ne publia pas sa découverte (xlii, p.10).

29 L'orthographe des patronymes varie d'un ouvrage à l'autre : Napier, Néper, Neper, Ssifel, Stifelio, , etc., sans oublier les déclinaisons.

30 Ce qui signifie que la base est 1/e.

31 Lire également : Montucla, xlii, pp.6/16,

32 Version personnelle et par conséquent laborieuse, l'époque des versions latines étant désormais un souvenir lointain pour l'auteur de ces lignes.

"L'ouvrage où il expose son invention est intitulé : *Logarithmorum canonis descriptio seu arithmetico-rum supputationum mirabilis abbreviatio, ejusque usus in utraque trigonometria ut etiam in omni logistica mathematica amplissimi facillimi et expeditissimi explicatio, authore ac inventore Joanne Nepero barone Merchistonii, Scoto*. Il est de 1614. "

"Neper, dans cet ouvrage, n'indiquait pas la méthode dont il s'était servi pour calculer les logarithmes; il promettait seulement de la donner plus tard; mais la mort l'en empêcha. C'est son fils qui la fit connaître en publiant, en 1618, le manuscrit laissé par son père, sous le titre : *Mirifici logarithmorum canonis constructio et eorum ad naturales ipsorum números habitudine una cum appendice de alia caque præstantiori logarithmorum specie condenda etc.* "

La personnalité du premier découvreur, John Napier, lord of Merchiston l'emporta donc sur la modestie du second John Burgi. La dispute d'antériorité qui s'ensuivit entre historiens³³ ne troubla guère la cohorte de mathématiciens qui se mirent à l'oeuvre pour exploiter cette invention, importante à la fois pour le calcul - but recherché - et pour l'analyse. Certains auteurs³⁴ émirent des doutes, voire contestèrent l'antériorité de Neper. Un Français : Rambosson, se montra particulièrement virulent. Selon cet auteur, Neper aurait visité Byrge, mécanicien réputé, pour construire un instrument de calcul ; Neper imagina les bâtons qui portent également son nom et se serait adressé à Byrge pour les fabriquer³⁵ (l) :

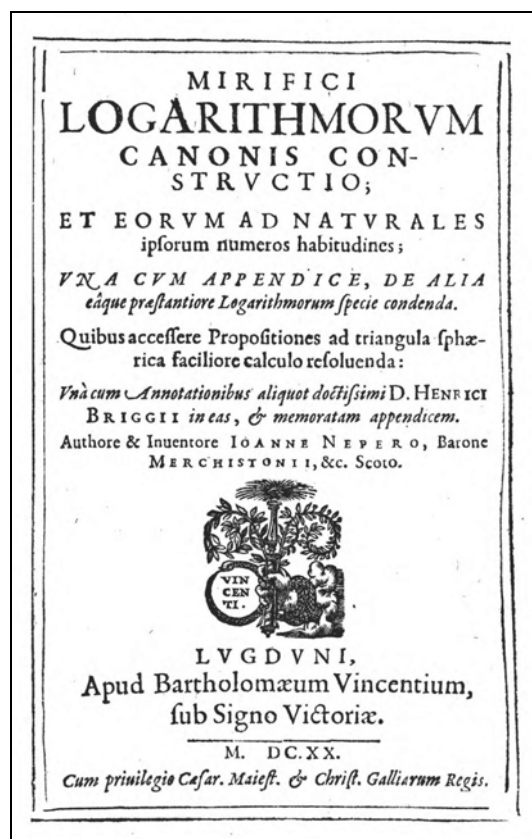
"Le baron Néper, seigneur écossais, comprit tout le parti que l'on pourrait tirer du calcul décimal; ce savant entreprit d'en faire la base d'une machine à l'aide de laquelle il espérait pouvoir exécuter, sans effort, toutes les opérations de l'arithmétique. Le savant écossais fit exécuter ses plans à Jute Byrge, très habile constructeur, très savant géomètre; c'est lui qui fut l'inventeur du compas de proportion."

"Juste Byrge était un homme simple, et d'une si grande modestie qu'il ne jugeait pas que ses productions fussent dignes de voir le jour. Ce fut bien timidement qu'il avoua au baron écossais qu'il attachait un certain prix à une découverte qu'il avait faite depuis quelque temps. C'était la découverte des logarithmes."

"Quelque temps après, Néper fit de cette invention sa propriété, et publia sous son propre nom le livre intitulé: *Mirifici logarithmorum canonis descriptio*."

Un auteur moins connu, Jacomy-Régnier³⁶ affirme l'antériorité de Juste Byrge en considérant que Neper, se serait emparé sans scrupule de son invention. Florian Cajori, historien réputé, relève avec modération ce doute d'antériorité (xvii, p.192) :

"The only possible rival of John Napier in the invention of logarithms was the Swiss Justus Byrgius (Joost Burgi). He published a rude table of logarithms six years after the appearance of the Canon Mirificus, but it appears that he conceived the idea and constructed that table as early, if not earlier, than Napier did his. But he neglected to have the results published until Napier's logarithms were known and admired throughout Europe."



8 : Table établie par Brigg. L'invention de Neper fut reprise par Brigg qui produisit une table de logarithmes de base 10 et non plus 1/e. Cette édition de Lyon, seulement deux ans après le décès de Neper illustre le succès et la diffusion rapides dans toute l'Europe de ce tout nouvel instrument de calcul.

33 Affirmation contredite par Hoeffer, les tables du Suisse étant postérieures de deux ans à celles de l'Écossais (xxxi, p. 378)

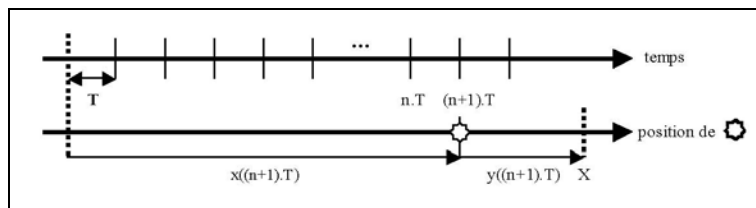
34 Il serait opportun de se reporter aux documents ayant conduit Rambosson à ses affirmations. Quels sont-ils et où sont-ils ? Les mêmes question se posent au sujet de celles de Cajori. Difficile de répondre pour le moment...

35 Jean Rambosson (1827-1886), fut rédacteur en chef de « La Science pour tous ». Il devait donc disposer de sources d'information fiables.

36 Auteur difficile à identifier. Souvent cité pour son mémoire mais peu connu. Dans : « *Précis analytique des travaux des sciences, belles-lettres et arts de Rouen pendant l'année 1900-1901, Rouen, Cagniard, 1902* » une note de bas de page cite cet auteur en remarquant : « Voir Histoire des Nombres et de la Numeration mecanique, par Jacomy Regnier, Paris, 1855. Ce Mémoire parait avoir eu pour principal but l'éloge de l'Arithmomètre inventé par M. Thomas, de Colmar ».

R. Mehmke³⁷ publia une importante étude sur le calcul numérique (xxxvii), référence incontournable pour tous ceux qui s'intéressent à ce domaine technique³⁸. Mehmke affectionnait indiscutablement les notes de bas de pages ; grâce à ses notes relatives aux tables, on constate qu'il accordait autant d'importance à Juste Burgy qu'à Jean Neper.

D'autres auteurs intervinrent dans cette polémique prolifique³⁹. Si nous admettons qu'une telle découverte nécessita pour chacun de ces deux auteurs un long temps de réflexion et de travail avant sa publication, il paraît bien difficile de déterminer laquelle des deux pensées précéda l'autre ; le caractère et les moyens favorisèrent Neper et selon un usage bien établi, la communauté scientifique fonde l'antériorité sur l'écrit au détriment de la pensée. Avec le recul du temps cette dispute semble désormais vaine et les deux mathématiciens-mécaniciens méritent une admiration égale.



9 : Principe du calcul des premiers logarithmes⁴⁰.

Neper imagina un modèle cinématique en « éléments finis », repris ici avec les notations actuelles. La position d'un mobile, repérée aux termes d'intervalles de temps T , successifs et égaux est notée : $x(n.T)$. Ces repères temporels forment une progression arithmétique.

La position finale du mobile est : X . Au début et à la fin de chaque intervalle de temps, la distance y restant à parcourir jusqu'à X respecte la condition :

$$y((n+1).T) / y(n.T) = c \text{ (constante)}$$

Les distances restant à parcourir forment donc une progression géométrique décroissante ; la constante c est évidemment inférieure à 1.

Pour plus de détails, se reporter à l'ouvrage de 1614, rédigé en latin dans le style impeccable d'alors.

Utilisant un élément de cette figure et passant à la limite on obtient une équation différentielle du premier ordre, très simple et classique :

$$dy/y = -(c-1)/T dt, \quad c < 1 \text{ étant la raison de la progression géométrique des } y.$$

Après intégration et calcul des constantes, on obtient :

$$\alpha y = e^{-\beta t}$$

α et β interviennent pour tenir compte des pleines échelles de valeurs utilisées par Neper : $(1, 10^7)$, pour les sinus représentés par les distances y et les logarithmes représentés par le temps t . Tenant compte de cette remarque un tableur actuel permet de retrouver, à l'aide de la relation ci-dessus, les valeurs calculées pour la première fois par Neper (xlvi).

Ce que furent les nouveaux nés

Il reste que l'on nomme communément et faussement Népériens⁴¹, les logarithmes de base e ; or le Professeur Mehmke (xxxvii, p.993, note 272) signale discrètement en bas de page cette erreur tenace et, ce faisant, conclut indirectement pour nous la dispute que nous venons d'évoquer, avec une pointe d'humour⁴² :

"Bis in die neueste Zeit ist der Irrtum verbreitet gewesen, die von J. Neper in seiner „Mirifici logarithmorum canonis descriptio“ 1614 veröffentlichten Logarithmen der Sinus seien natürliche, weshalb letztere vielfach Neper'sche Logarithmen genannt werden ; jedoch hat G. Kewitsch [Zeitschr. math. naturw. Unterr. 27 (1896), p.321, 577] nachgewiesen, dass Neper's Logarithmen der Basis $1/e$ entsprechen, während die Basis e den „roten“ (weil rot gedruckten) Zahlen in Joost Bürgi's „arithm. U. geomtr. Progress-Tabulen...“ Prag 1620 zukommt."

Voilà, c'est précis pour les dates et les pensées : il faut et il suffit de lire les tables de ces deux auteurs pour constater qu'effectivement Byrge publia en 1620 des logarithmes, différents de ceux de Neper mais nommés par la suite népériens et Neper publia le premier en 1614 des logarithmes innommés⁴⁴...

En fait, la transformation des produits en sommes et de valeurs de fonctions ayant pour arguments les facteurs du produit et pour lesquelles on possédait des tables, était un procédé connu, antérieurement à la découverte des logarithmes. Vraisemblablement, Neper et Burgy connaissaient ce procédé et cherchèrent à l'améliorer. Quelques relations étaient connues ; exemples :

$$\begin{aligned} xy &= 1/2((x+y)^2 - x^2 - y^2) \text{ ou } xy = 1/4 (x+y)^2 - 1/4(x-y)^2 \\ \cos x \cos y &= 1/2(\cos(x+y) + \cos(x-y)) \\ \sin x \cos y &= 1/2(\sin(x+y) + \sin(x-y)) \end{aligned}$$

37 Historien scientifique allemand réputé, notamment pour ses travaux concernant les instruments mathématiques.

38 Maurice d'Ocagne traduisit cette étude en Français.

39 Outre les différents avis porté ici à la connaissance du lecteur, à la suite de Kepler, probablement le premier à citer Byrge qu'il connut, nous pouvons ajouter : Marie (xl, p.85).

40 Un auteur anonyme (xi), "ami" de M. l'Abbé de la Caille (sic), donne une très intéressante explication sur l'algorithme par approximations successives, supposé utilisé par Neper, pour calculer le logarithme de tout nombre situé dans un intervalle dont chaque borne (ici 1 et 10) a un logarithme donné (respectivement, 0 et 1) ; en fait, si la méthode correspond bien aux explications de Neper, rien ne permet d'affirmer que cet exemple précis ait été effectivement traité par l'inventeur.

41 Selon Caratini (xxiii, pp.103/104) : "la notion de logarithme népérien n'est pas de Neper : elle a été introduite par S. Lacroix vers 1800". Introduction néanmoins introuvable, jusqu'à présent dans les ouvrages consultés de Lacroix.

42 Pointe d'humour, inattendue et probablement involontaire dans l'œuvre réputée austère du professeur Mehmke...

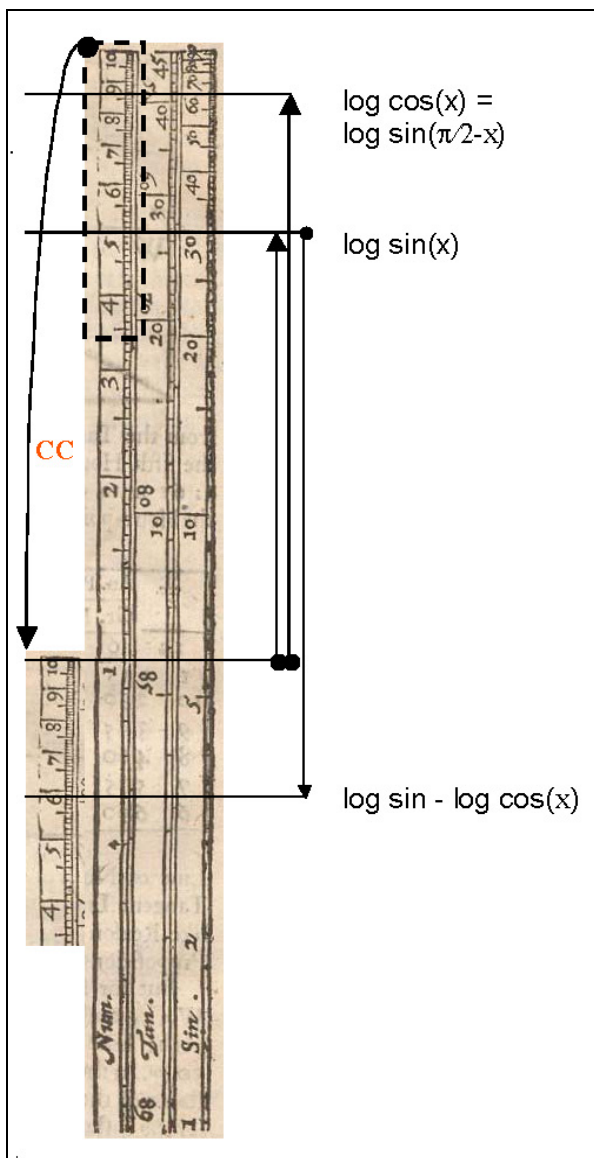
Des tables de carrés ou de quarts de carrés permettaient – et permettent toujours – d’exploiter les deux premières relations. Les suivantes, sous ces formes ou toutes autres similaires, avaient la préférence des astronomes, dotés efficacement de tables de fonctions circulaires, pour leurs calculs trigonométriques.

Venons en néanmoins à la découverte de Neper. Il pensa comme un mécanicien et définit les logarithmes à l’aide d’un modèle cinématique⁴³. Le temps de l’analyse infinitésimale n’étant pas encore venu, Neper produisit un modèle discret ; en d’autres termes il imagina, véritable précurseur des nombreux numériques de notre époque, un modèle cinématique en éléments finis, de la correspondance entre progression arithmétique et progression géométrique, modèle modeste mais efficace ! Cependant nous savons que les éléments finis impliquent des approximations, donc des erreurs parfois difficiles à maîtriser.

L’analyse, inconnue de Neper, établit que la base des logarithmes, nouveaux nés de la mathématique, est $1/e$. À ce point de l’examen des premiers résultats de Neper, il convient de rappeler que la courbe $L_e x$ est parfaitement symétrique de la courbe $L_{e^{-1}} x$ ⁴⁴ ; les logarithmes calculés, établis dans la base e et ceux établis dans la base $1/e$, ne diffèrent donc que par leurs signes, ce qui peut provoquer de la confusion dans la lecture des sources les plus anciennes relatives aux travaux de Neper.

Revenons à Calllet pour la suite :

"Henri Briggs, contemporain de Néper, composa un autre système de logarithmes, auquel il donna pour base le nombre 10, qui est celle de notre numération. Ce système ayant eu l'aveu de l'auteur des logarithmes, Briggs calcula avec quatorze décimales trente chiliades de logarithmes, savoir ceux des nombres depuis 1 jusqu'à 20000 et depuis 90000 jusqu'à 100000 ; cet ouvrage (b) précédé d'un discours anglois sur la nature, les propriétés et les usages des logarithmes, parut à Londres en 1624 sous le titre d'Arithmétique logarithmique. Adrien Vlacq remplit la lacune qu'avoit laissé Henri Briggs ; il calcula en outre les logarithmes des sinus, tangentes et sécantes de minute en minute, et avec dix décimales pour tous les degrés du quart de cercle ; il publia ses grandes tables, qui parurent à Goude en 1628 ; elles contiennent, avec dix décimales, les logarithmes des nombres depuis 1 jusqu'à 100000 ; les logarithmes-sinus, tangentes et sécantes des 5400 minutes du quart de cercle et une arithmétique écrite en latin, et qui dans quelques exemplaires se trouve traduite en français et en anglais."



10 : Échelles logarithmiques. The third book of the use of the lines of numbers, sines and tangents, for the drawing of hour-lines on all forts of planes, p.12. (xxviii). Il s'agit là de l'une des premières échelles complète pour le calcul, peut-être la première, et non pas un simple schéma associé à un raisonnement.

Afin de montrer qu'il s'agit bien d'échelles logarithmiques utilisables pour le calcul, la relation :

$$\operatorname{tg} x = \sin x / \cos x,$$

est schématisée sur l'image. Elle montre en outre que les cas « hors-règle » se manifestèrent dès les premiers usages du nouvel instrument. Gunter n'est pas l'auteur de l'excroissance ajoutée à l'image, pour récupérer un résultat placé de façon rendant incommode sa lecture : il s'agit d'un copier-coller CC du fragment supérieur de l'échelle « Num », effectué par l'auteur de l'article.

43 Ce qui classe indubitablement la fabrication des tables logarithmiques dans les arts mécaniques !

44 Évidence si élémentaire qu'on l'oublie, chausse-trappe facétieuse et classique, semée sournoisement dans des questions d'examens et de concours ; il suffit d'un tableur et d'un essai avec quelques nombres pour s'assurer de sa réalité. Remarquons donc que les logarithmes, dits népériens - il est de bon ton de rappeler qu'il ne sont pas de Neper -, ne diffèrent toutefois que par le signe des logarithmes originaux de Neper, lesquels ne sont pas dits népériens....

GUNTER'S Scale, called also by Navigators absolutely the Gunter, is a large Plain Scale, with divers Lines thereon; of great Use in working Questions in Navigation, &c. See SCALE and SAILING.

On one Side the Scale represented Tab. Trigonometry, Fig. 35. are the Line of Numbers, marked Numbers; the Line of artificial Sines, marked Sines; the Line of artificial Tangents, marked Tangents; the Line of artificial versed Sines, marked V. S. the artificial Sines of the Rhumbs, marked S. R. the artificial Tangents of the Rhumbs, marked T. R. the Meridian Line in Mercator's Chart, marked Merid. and equal Parts marked E. P.—To which, on the shorter Scales, of a Foot long, are usually added Lines of Latitudes, Hours, and Inclinations of Meridians.

On the Backside of the Scale are the Lines usually found on a Plain Scale. See PLAIN-SCALE.

The Lines of artificial Sines, Tangents, and Numbers are so fitted on this Scale, that by means of a Pair of Compasses, any Problem, whether in right-lined or spherical Trigonometry, may be solved very expeditiously, and with tolerable Exactness; whence the Instrument becomes extremely useful in all Parts of Mathematics where Trigonometry is concerned; as Navigation, Dialling, Astronomy. See TRIGONOMETRY, &c.

The same Lines are also occasionally laid down on Rulers to slide by each other; hence called Sliding-Gunters; So as to be used without Compasses; but he that understands how to use them with, may, by what we have said of Everard's and Coggeshall's Sliding-Rules, use them without. See SLIDING-RULE.

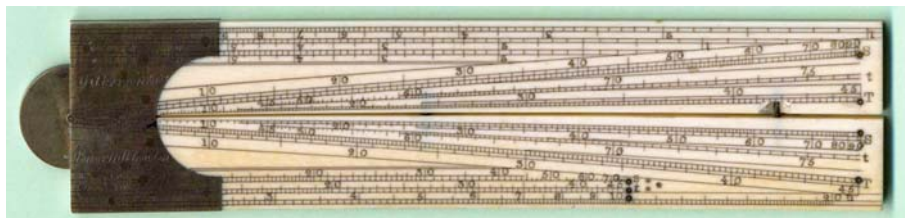
11 : Gunter et la naissance des instruments logarithmiques (☞ XXIV)

Le catalogue du Science Museum (xv, p.15) note l'existence de la première règle (sans réglette ni curseur) :

"... Edmund Gunter in 1620 plotted these logarithms on a 2 ft line, which has since been known as Gunter's line of numbers, and he added other line suited for special work, and placed group on a 2 ft rule, which became known as Gunter's scale. ..."

Gunter, mécanicien inventif décrit de nombreux instruments scientifiques, la manière de les utiliser et de les construire. Au XVII^e siècle les instruments de calcul comportaient des gravures de lignes ou de réseaux. Les ouvrages de Gunter comportent donc de nombreuses figures de ce genre et c'est ainsi qu'on y trouve la première représentation imprimée d'une échelle logarithmique permettant de multiplier des fonctions circulaire et d'obtenir la valeur de l'arc correspondant au résultat*.

Qu'il ait gravé de telles échelles sur des règles est parfaitement vraisemblable, la matérialisation de concepts abstraits afin de les rendre manipulables étant habituelle chez tout familier de la mécanique. Les collectionneurs connaissent ces règles plates, d'une seule pièce, sans réglette coulissante, portant diverses échelles logarithmique et communément nommées : « Règle de Gunter ». Il est bien difficile d'attribuer à Gunter l'un de ces fragiles objets ayant survécu aux outrages du temps ; certains étant signés prouvent que Gunter fut vite imité ; toutefois, on nomme communément « Règle de Gunter », toute règle ordinaire portant une échelle logarithmique et, éventuellement, d'autres échelles. Quelques fabricants de compas de proportion s'emparèrent de l'idée et gravèrent des échelles logarithmique sur leurs instruments ; néanmoins les compas de proportion disparurent progressivement devant l'invasion des instruments dévolus au seul usage des échelles logarithmiques de toutes formes : droite, circulaire, hélicoïdale, etc. Les instruments se diversifièrent pour intéresser de multiples domaines techniques et scientifiques ; on en associa certains à des instruments de mesure.



12 : Échelles logarithmiques sur un compas de proportion. Les trois échelles : Num, TAN, SIN, apparaissent en totalité sur un bord du compas avec l'ouverture complète du compas.

Le succès fut immédiat et la réputation de ce nouveau procédé de calcul se propagea vite dans le monde scientifique de l'époque ; en dépit de délais de route qu'il fallait compter en mois, les Jésuites l'introduisirent assez rapidement en Chine, avant la fin du XVII^e siècle, selon Joseph Needham (xlv, p.52).

VI GUNTER ET LA MECANISATION ANALOGIQUE

L'opinion générale cite Edmund Gunter (1581-1626) comme le responsable d'une instrumentation du calcul des plus prolifiques chez les mécaniciens d'instruments de mathématique, durant les trois siècles suivants.

Contemporain et ami de Briggs il publia des tables de logarithmes, reprenant et complétant des valeurs calculées par ce dernier. On lui attribue ainsi la première idée de représenter graphiquement des valeurs logarithmiques. Citons de nouveau Callet...

"Cependant c'est Edmond Gunther, professeur au collège Gresham à Londres (né en 1581, mort en 1626), qui fit la première règle à calcul basée sur des principes scientifiques."

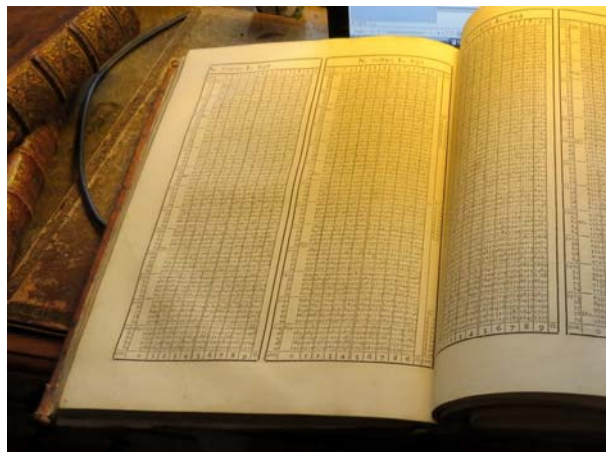
"L'instrument de Gunther ne consistait du reste qu'en une simple règle divisée et exigeait l'emploi d'un compas pour le calcul ; ..."

VII VLACQ, GARDINER ETC.

La suite nous est contée par Callet...

"Adrien Vlacq calcula ensuite avec dix décimales les logarithmes-sinus, cosinus, tangentes et co-tangentes de dix en dix secondes par le moyen des sinus naturel, etc. de l'Opus palatinum. Cette table précédée d'une trigonométrie rectiligne et sphérique écrite en latin et terminée par les vingt premières chiliades

des logarithmes de Briggs, parut à Goude en 1633 sous le titre *Trigonometric artificialis*(lvi). La même année on imprima à Goude des tables centésimales que Briggs avoit calculées et dont il avoit prié Vlacq de soigner l'édition, elles contiennent avec quatorze figures décimales les sinus naturels, et leurs logarithmes pour tous les centièmes des quatre-vingt-dix degrés du quart de cercle, ainsi que les tangentes et sécantes naturelles et les logarithmes tangentes des mêmes arcs, mais avec dix figures seulement ; ces tables parurent précédées d'un ouvrage latin de Gellibrand intitulé *Trigonometria britannica*."



"Vers le commencement de ce siècle, la fécondité des logarithmes ayant étendu leur usage sur toutes les branches des mathématiques, et la rareté des tables de Briggs

13 : Tables de Gardiner "publiées ci-devant" en Angleterre, nouvelle édition par J. Aubert, Avignon, 1770 (XXVII). Le format déplaisait aux marins...

et Vlacq commençant à se faire sentir, Scherwin publia en 1724, in volume in-8°. de tables contenant les logarithmes des nombres depuis 1 jusqu'à 101000 avec sept figures, les sinus, tangentes, sécantes et leurs logarithmes de minute en minute ; précédée d'un discours sur la construction des tables de logarithmes, où il rassembla les méthodes de Wallis, Halley, Sharp, etc. Les deux premières éditions de cet ouvrage étant épuisées, Gardiner en donna une troisième, qui parut en 1741 ; et pour suppléer aux tables de Vlacq, qu'il étoit difficile de se procurer, il publia en 1742, ses grandes tables in-4°, ou les logarithmes-sinus sont exprimés avec sept décimales de dix en dix secondes : ces tables devinrent bientôt aussi rares que celles de Vlacq."

"Jean Aubert, imprimeur d'Avignon, donna en 1770 une nouvelle édition des tables de Gardiner, un volume grand in-4°. ; cette édition fut revue par le P. Pezenas ; l'augmentation principale qu'on y remarque, consiste en des logar. des sinus de seconde en seconde pour les quatre premiers degrés calculés par le C. Mouton ; il en avoit déposé le manuscrit à l'Académie des sciences ; le C. Lalande, dont les talents et le zèle pour les sciences sont connus, en fit part au P. Pezenas. Cette édition, d'ailleurs assez bien exécutée, et plus complète que celle de Londres, lui cède pour la correction."

"Les astronomes, et plus particulièrement les Marins, firent remarquer à Al. Jombert que les tables de Gardiner, pour eux d'une utilité indispensable, étoient d'un service incommode en mer à cause de leur volume, et l'engagerent à en donner une édition portative. le C. Firmin Didot en a parlé au commencement de cet avertissement ; je n'ajouterai rien à ce qu'il en a dit."

La figure ci-dessus présente une page de l'édition d'Avignon édition citée par Callet. Ornée à l'intérieur de sa couverture de la marque des Frères Labottière, libraires à Bordeaux peut-être fut-elle la propriété d'un Officier de Marine. La jugea-t-il d'un maniement incommode ? La seule certitude est que ce marin ou quelqu'un d'autre y trouva des erreurs et les signala par les addenda reproduits ci-contre (fig.15). Les erreurs existaient malheureusement, reproduites d'édition en édition. Deux méthodes existent pour localiser une erreur : le hasard pour les chanceux, en constatant une bizarrerie dans le résultat d'un calcul quelconque, l'analyse numérique pour les courageux en vérifiant la continuité des valeurs imprimées, par le calcul systématique de leurs différences successives. Ces bogues, dans notre vocabulaire actuel, empoisonnaient notoirement nos aïeux calculateurs et certains éditeurs encourageaient ces recherches en récompensant les captures de ces nuisibles⁴⁵. Bestioles nuisi-



14 : Règle "Goulier" pour la levée de plans

45 Dans : *Aventures de trois russes et de trois anglais en Afrique australe* (1872), Jules Verne met en scène un savant russe, Nicolas Palender ; ce savant russe profite de chaque moment de liberté dans sa mission de calculateur astronomique d'un arc de méridien

bles ayant cependant leur utilité : parasites héréditaires des tables de logarithmes, ils contribuent par leurs présences dans ces ouvrages à conforter des filiations parfois incertaines dans les éditions successives...

La mécanisation du calcul logarithmique forme un grand chapitre de l'histoire du calcul. La production d'instruments à cet effet relève sommairement de deux approches différentes : l'une analogique fondée sur la représentation graphique des logarithmes, l'autre numérique, fondée sur les propriétés analytiques des fonctions logarithmiques. Toujours aussi sommairement la première approche produit des instruments utilisables pour différents calculs pour lesquels la précision requise pour les résultats permet d'éviter l'usage des tables (fig. 14, 20, 21). La seconde concerne la construction de tables.

La production de tables nécessite la définition d'algorithmes ; nécessité pour les tables de logarithmes mais également pour toutes sortes de tables indispensables pour les travaux scientifiques et techniques.

VIII BABBAGE ET LA MECANISATION.

Les mathématiciens s'attachèrent donc à étudier les procédés de transformation de toute fonction, rebelle au calcul, en série de fonctions calculables. L'idéal du calculateur, à l'issue d'une telle transformation, est l'obtention d'un polynôme avec un nombre fini de termes constituant une approximation numérique, avec une marge d'erreur connue et acceptable, de la fonction à tabuler et cela dans un intervalle déterminé de variation de sa variable⁴⁶. L'étude de ces procédés et de leurs conditions de validité constitue un domaine important de la mathématique ; en dépit d'avancées remarquables, elle est loin encore d'être achevée.

L'élaboration des tables continuait d'être un souci permanent des scientifiques, particulièrement durant le XIX^e siècle, époque d'intense progrès technique. La mécanisation de ce travail fut donc l'objectif des travaux de Babbage, lesquels n'aboutirent pas dans la pratique autant qu'on l'eût souhaité.

Si $v_{\ell-1}$ et v_{ℓ} désignent deux valeurs successives d'un polynôme (lignes $\ell-1$ et ℓ dans la table), la variable progressant d'un pas constant, alors les différences d'ordre n successives :

$$\Delta_{1,\ell} = v_{\ell} - v_{\ell-1}, \dots, \Delta_{n+1,\ell} = \Delta_{n,\ell} - \Delta_{n,\ell-1}$$

sont constantes à partir d'un certain rang n . Connaissant une première ligne composée d'une va-

Errata des Tables de Logarithmes de Gardiner, Edition d'Avignon 1770

Nombres naturels	Logarithmes des Tables		Logarithmes corrigés	
17740	248.....9556	liée	248.....9536	4670
34239	534.....7757		534.....7747	7135
34728	540.....6898		540.....6798	Nombres naturels
38119	581.....1425		581.....1415	
44781	651.....9038		651.....9038	
46309	665.....6954		665.....6654	4770
46559	668.....4006		668.....0036	7135
51103	709.....2108		709.....2106	liée
54681	737.....8354		737.....8364	
59502	774.....5314		774.....5316	4670
64149	807.....1890		807.....1899	7135
64881	812.....1157		812.....1175	
69339	840.....9779		840.....9776	
69519	842.....1053		842.....1035	En marge
86486	936.....9454		936.....9458	a 2370
89680	952.....6959		952.....6956	partie
93614	971.....3808		971.....3408	185
101213	0052.....3730	liée	0052.....3630	en a mis
14	4159		4059	6.9
15	4588		4488	liée
16	5017		4917	5.6
17	5446		5346	

	Noms D. M. S	Logarithmes des Tables		Logarithmes corrigés
Sinus	0. 6. 36	7. 2832698	liée	7. 2832698
	0. 37. 3	8. 0325559		8. 0325559
	0. 45. 30	8. 2217248		8. 1217248
	2. 37. 28	8. 6607529		8. 6607629
	3. 11. 38	8. 7459672		8. 7459722
	45. 4. 50	9. 8507947		9. 8508047
	67. 17. 30	9. 9640579		9. 9640579
	88. 52. 10	9. 9999154		9. 9999154
Tangentes	0. 9. 17	7. 4514311	liée	7. 4514311
	0. 11. 47	7. 5319960		7. 5349960
	0. 14. 23	7. 6215820		7. 6215882
	0. 24. 16	7. 8487425		7. 8487435
	0. 37. 15	8. 0344694		8. 0348694
	1. 19. 15	8. 3628029		8. 3628023
	1. 22. 57	8. 3816268		8. 3826268
	3. 6. 28	8. 7347537		8. 7347535
	3. 19. 9	8. 7632926		8. 7632926
	17. 39. 40	9. 5029635		9. 5029635
	23. 22. 0	9. 6355321		9. 6355321
	35. 4. 40	9. 8464869		9. 8464809
	67. 13. 50	10. 3770259		10. 3770260
	73. 20. 50	10. 5241000		10. 5241600
	88. 3. 10	31. 4685399		11. 4685399

15 : Tables de Gardiner : liste des erreurs trouvées dans les tables par leur propriétaire anonyme.

pour s'évader du monde et se livrer passionnément à la recherche d'erreurs dans une table de logarithmes... Plongé à nouveau dans sa quête, l'heureux homme, ignorant les sauriens l'encerclant, constate soudain une erreur dans le cent troisième logarithme d'une table et gagne ainsi la prime de cent livres promise par l'éditeur ! Sa joie de calculateur récompensé de son ardeur au travail éclate et se mêle alors à celle de ses compagnons, heureux de l'avoir débarrassé sans calcul de ses assaillants par quelques bons coups de fusils ; ...

46 Le lecteur nous pardonnera de n'écrire que sur les fonctions à une variable, cas néanmoins de la fonction logarithmique, objet de cet article.

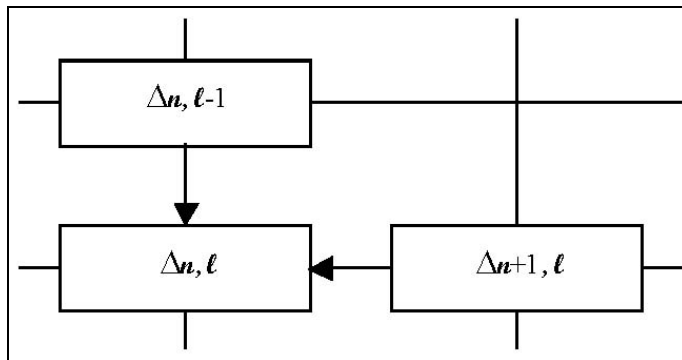
x	log(x) (tableur)	log(x)	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5	Δ_6	Δ_7
130	2,113943352307	2,113943352307	0,003353642008	-0,000028098644	0,000000409397	-0,000000009709	0,000000000309	-0,000000000012	0,000000000002
131	2,117271295656	2,117271295657	0,003327943350	-0,000025698657	0,000000399987	-0,000000009410	0,000000000299	-0,000000000010	0,000000000002
132	2,120573931206	2,120573931218	0,003302635561	-0,000025307790	0,000000390867	-0,000000009119	0,000000000291	-0,000000000008	0,000000000002
133	2,123851640967	2,123851641020	0,003277709803	-0,000024925758	0,000000382032	-0,000000008835	0,000000000284	-0,000000000006	0,000000000002
134	2,127104798365	2,127104798542	0,003253157521	-0,000024552281	0,000000373477	-0,000000008555	0,000000000280	-0,000000000004	0,000000000002
135	2,130333768495	2,130333768980	0,003228970439	-0,000024187083	0,000000365199	-0,000000008278	0,000000000277	-0,000000000002	0,000000000002
136	2,133538908370	2,133538909534	0,003205140554	-0,000023829885	0,000000357198	-0,000000008001	0,000000000277	0,000000000000	0,000000000002
137	2,136720567156	2,136720569679	0,003181660145	-0,000023480409	0,000000349476	-0,000000007722	0,000000000279	0,000000000002	0,000000000002
138	2,139879086401	2,139879091450	0,003158521771	-0,000023138373	0,000000342036	-0,000000007440	0,000000000282	0,000000000004	0,000000000002
139	2,143014800254	2,143014809731	0,003135718281	-0,000022803490	0,000000334883	-0,000000007152	0,000000000288	0,000000000006	0,000000000002
140	2,146128035678	2,146128052549	0,003113242818	-0,000022475464	0,000000328027	-0,000000006857	0,000000000295	0,000000000008	0,000000000002

17 : "Calculs par différences finies"

Cet exemple montre le calcul des logarithmes décimaux des nombres de 131 à 140 par la méthode des différences finies. Les résultats avec les différences finies jusqu'au septième ordre sont connus pour les nombres jusqu'à 130 inclus ; les calculs sont poursuivis dans ce tableau jusqu'à 140 ; la figure 16 ci-dessous donne le principe du calcul. Les résultats figurent dans la troisième colonne, On constate ainsi l'exactitude des cinq premières décimales, expression des logarithmes retenue habituellement dans les tables usuelles. Cette qualité des résultats n'est possible que pour un intervalle de valeurs entourant la valeur choisie comme point de départ des calculs.

leur du polynôme et des différences avec la ligne précédente, en procédant à rebours comme indiqué figure 16, on peut calculer uniquement par additions les valeurs suivantes du polynôme. Le procédé est applicable au calcul des valeurs d'une fonction dont on possède une approximation estimée suffisante sous la forme d'un développement polynomial fini. Babbage imagina sa première machine : « Difference Engine », à cet effet.

En ce début XX^e siècle, la curiosité pour l'informatique dépasse largement le cercle relativement restreint de ses spécialistes. Tout un chacun se sent désormais concerné jusqu'à nos gouvernants auxquels l'intérêt politique économique et surtout politique n'échappe point. Aucun étonnement donc de lire des articles plus ou moins exacts sur ses possibilités et ses développements attendus dans la presse de grande diffusion et certainement sans compétence particulière sur ce sujet. Il en fut de même au, XIX^e siècle avec les tables de calcul, surtout logarithmiques, les plus répandues et utilisées.



16 : Principe du calcul. Chaque ligne correspond à une ligne de la table présentée partiellement ci-dessus ; chaque colonne, de droite à gauche correspond à un ordre de différence finie, de 7 à 1. Pour chaque ligne ℓ , de la droite vers la gauche :

$$\Delta n, \ell = \Delta n, \ell - 1 + \Delta n + 1, \ell$$

De façon simplifiée, la machine est une matrice de roues de comptages, les sommes avec leurs reports s'effectuant pas à pas non seulement en ligne comme dans une machine ordinaire mais également en colonne.

En 1849, l'Illustration (xxxiv), dans un long article consacré à la nouvelle calculatrice de deux Français, Maurel et Jayet, nous livre un aperçu des travaux passés et contemporains, concernant le calcul et sa mécanisation. Le témoignage de ce périodique, incontestablement sans vocation scientifique particulière, nous éclaire sur l'intérêt que les politiciens apportaient à la recherche de solutions mécaniques à ces calculs longs et fastidieux mais indispensables et, également, sur leur désintérêt brutal et leur abandon du chercheur même talentueux tel que Babbage, auteur de ce que l'auteur considérerait comme un chef d'œuvre de conception humaine⁴⁷, si d'aventure leurs largesses n'étaient pas suivies du retour escompté avec la promptitude espérée. Voici.

"M. Babbage, de Londres, ayant conçu le plan d'une nouvelle machine à calculs très-étendue et d'une grande puissance, fut chargé, en 1821, par le gouvernement anglais, de construire cette machine de manière qu'elle pût calculer des tables telles que des tables de logarithmes, des tables astronomiques, etc. Cette machine n'est pas achevée. M. Babbage paraît avoir cessé d'y travailler depuis 1833. Elle avait déjà coûté 17,000 livres sterling (425,000fr.). Cette mécanique : si on l'exécutait un jour, ce qui est douteux, vu qu'il faudrait dépenser pour cela au moins 20,000 livres sterling (500,000fr.), ce serait un chef d'œuvre de conception humaine. »"

Abandon prématuré, hélas, d'une belle machine.

47 Conception conservée pour nos calculateurs modernes, depuis le premier, MARK 1, et bénéficiant de techniques inexistantes à l'époque de Charles Babbage.

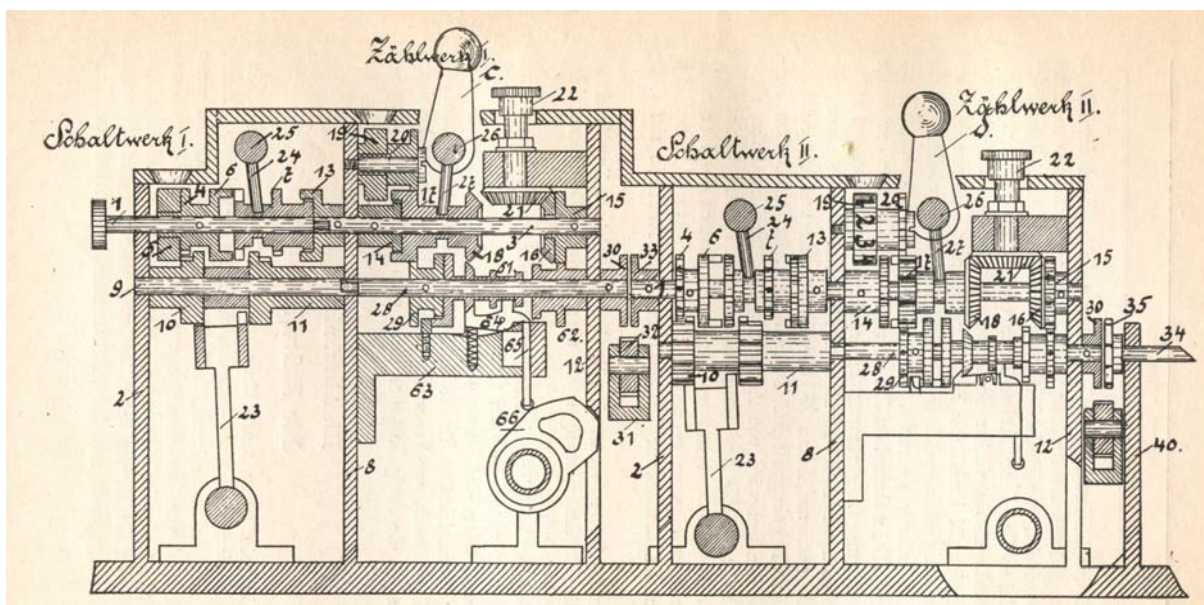
四	五	三	五	三	〇	六	七	八	一	五	四	五	三	四	六	七	三	二	五	五	八	四	五	三	四	〇	三	八	八	〇	四	五
四	五	三	五	三	一	九	四	二	六		四	五	三	四	六	八	五	九	三	五	三	四	五	三	四	〇	五	一	五	〇	二	七
四	五	三	五	三	二	一	〇	三	三		四	五	三	四	六	九	八	六	一	四	六	四	五	三	四	〇	六	四	二	〇	〇	四
四	五	三	五	三	四	四	七	六	三	七	四	五	三	四	七	一	一	二	九	三	四	四	五	三	四	〇	七	六	八	九	七	八
四	五	三	五	三	五	七	四	二	三	七	四	五	三	四	七	二	三	九	七	一	九	四	五	三	四	〇	八	九	五	九	四	八
四	五	三	五	三	七	〇	〇	八	三	三	四	五	三	四	七	三	六	六	五	〇	〇	四	五	三	四	〇	一	〇	二	九	一	四
四	五	三	五	三	八	二	七	四	二	五	四	五	三	四	七	四	九	三	二	七	七	四	五	三	四	〇	一	一	四	九	八	七
四	五	三	五	三	九	五	四	〇	一	四	四	五	三	四	七	六	二	〇	〇	五	〇	四	五	三	四	〇	一	二	七	六	八	三
四	五	三	五	四	〇	八	〇	五	九	九	四	五	三	四	七	七	五	六	八	二	〇	四	五	三	四	〇	一	四	〇	三	七	九
四	五	三	五	四	二	〇	七	一	八	一	四	五	三	四	八	〇	〇	〇	三	四	九	四	五	三	四	〇	一	五	三	〇	七	四
四	五	三	五	四	三	三	七	五	八		四	五	三	四	八	一	二	七	一	〇	七	四	五	三	四	〇	一	六	五	七	六	九
四	五	三	五	四	四	六	〇	三	二		四	五	三	四	八	一	二	七	一	〇	七	四	五	三	四	〇	一	七	八	四	六	三

19 : Table de logarithmes éditée en Chine. [Source : Bibliothèque nationale de France, [Chinois](#) 4882]. Une mention manuscrite situe une acquisition de ce document en 1816, un siècle après l'apparition de tables imprimées en Chine. (xiii). En effet, selon un auteur japonais, Sugimoto, l'apparition des logarithmes en Chine date de 1713 (liv. p.370) : "Japanese mathematician first learned of logarithms from a Chinese work, the *Shu-li ching-yun* (Essential treasury of mathematical principles), printed in 1713 in Peking. Ajima Naonobu was one of the first to use logarithms in practical calculations. The first extensive logarithmic table printed in Japan came very late, in 1844 ; and not until 1854 did any published work include much in the way of theoretical explanation. ..."

En ce qui concerne la page présentée, avec un peu d'habitude, les *kanji* dans la numération de position se lisent aussi facilement (ici en ligne, de gauche à droite) que nos chiffres traditionnels. Seule petite difficulté : l'ordre des pages et celui des colonnes sont inversés. On finit par s'y habituer...

À l'égal d'autres instruments scientifiques, les tables constituent d'excellents marqueurs pour étudier l'histoire des migrations de connaissances scientifiques entre Orient et Occident. En particulier, les erreurs dans une table permettent éventuellement de constater une éventuelle copie d'une édition à l'autre. Lorsqu'on a la chance de trouver une table chinoise de logarithmes, une lecture peu gourmande en temps passé, permet de déceler une éventuelle copie des tables introduites en Chine par les Pères Jésuite.

Ce ne fut pas le cas de cette page : par exemple, le logarithme de 34259 est correct alors qu'il est erroné dans la table de Gardiner (xxvii) citée dans cet article.



18 : Coupe de la Machine de Bauschinger – Peters, conçue selon les idées de Babbage pour fabriquer un isomorphisme (une table de logarithmes) de bonne qualité.

Tristesse partagée encore aujourd'hui par les Britanniques épris de belle mécanique et quelques autres sur le continent. Le catalogue du Scientific Museum (xv), consacré aux instruments de calcul rappelle aux visiteurs le triste abandon par le Gouvernement d'un projet génial de mécanisation de la fabrication des tables.

"This machine was proposed by Charles Babbage in 1812, for the purpose of calculating and printing mathematical tables, and not to perform single arithmetical operations."

"Its construction was commenced in 1823 by authority and at the partial cost of the Government, and was carried on for several years under Babbage's gratuitous supervision. The work was suspended in 1833, and in November, 1842, the Government decided to abandon the machine on the ground of the expense of its completion."

Outre Babbage, d'autres novateurs construisirent des machines à calculer les tables par différences. Scheutz⁴⁸ (xiv, pp.264/270), puis Wiberg, de Stockholm proposèrent une machine conçue sur des principes similaires à ceux de la machine de Babbage ; de même Haman réalisa une telle machine selon les indications de Bauschinger et Peters (xxvi, pp.44/48, fig.18) . Ceci est une prolongation de cette histoire, interrompue par deux guerres puis par une nouvelle révolution, le calcul électronique mieux connu avec l'identité : informatique. À conter ultérieurement...⁴⁹

IX CONCLUSION

Difficile de faire mentir les faits : l'informatique et le calcul numérique monopolisent désormais les pensées des numériciens. Est-ce donc la fin de cette belle aventure des logarithmes ?

Impensable : dépassant toute application pratique pour le calcul, il constituent un aspect fondamental de l'analyse et de ce fait demeurent à jamais des objets omniprésents, incontournables de la mathématique.

Ils représentent un exemple majeur de quête opiniâtre et mathématicienne, durant plusieurs siècles : face à un problème difficile, pourquoi s'obstiner à accomplir un travail compliqué, lorsque l'espoir de le simplifier est présent, à la condition de chercher ? Neper et Burgi apportèrent leur réponse et simplifièrent ainsi l'arithmétique en montrant comment effectuer des additions à la place de multiplications pénibles pour les calculateurs.

Une transformation donc, permettant de substituer un travail aisé à un travail pénible... Il en est d'autres, avec leurs instruments mécaniques subtils.

Nous en parlerons...

X BIBLIOGRAPHIE

À propos de la préhistoire des logarithmes...

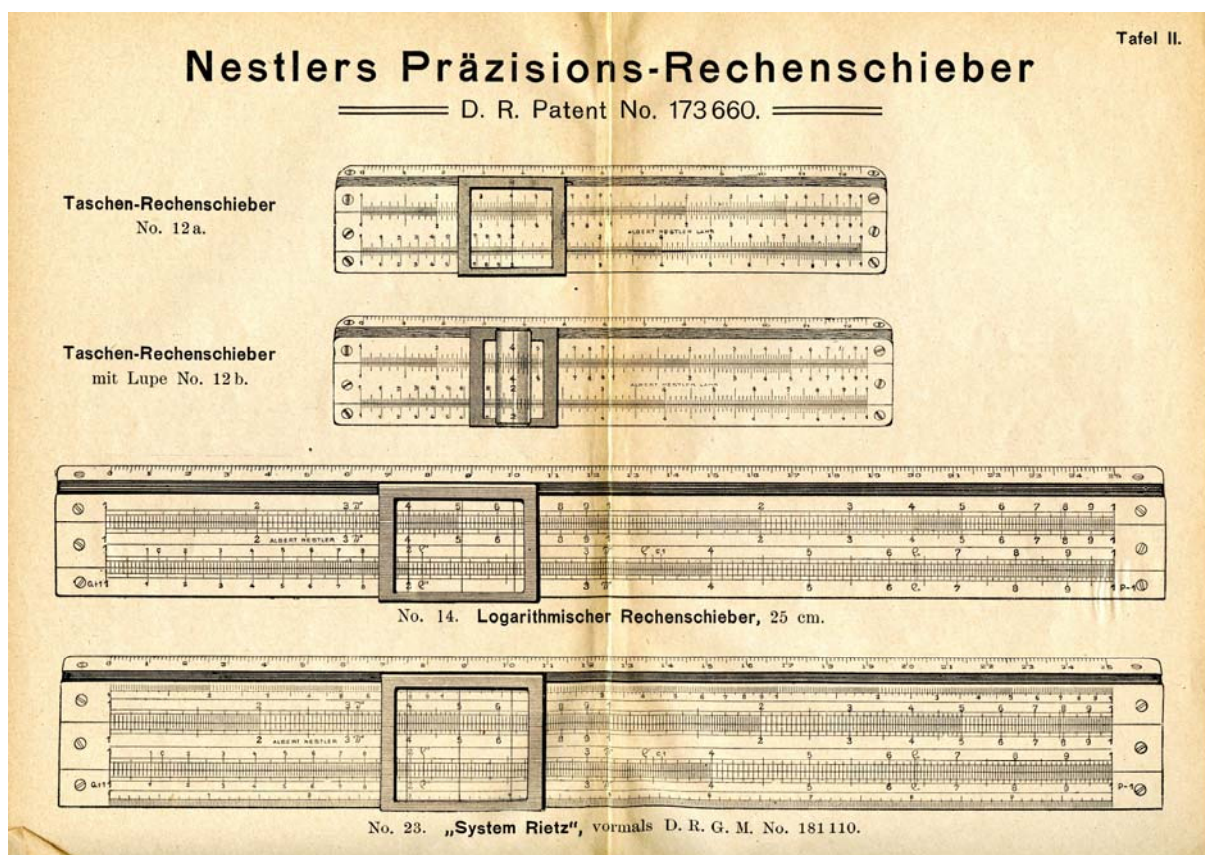
- i **Friberg** (Jöran). A remarkable collection of Babylonian mathematical texts. Springer, New-York, 2007. xxp., 357p. (**)
- ii **Friberg** (Jöran), **George** (Andrew). Six More Mathematical Cuneiform Texts in the HE Schøyen Collection. London, 2008. 70p. (**)
- iii **Friberg** (Jöran), **Marzahn** (Joachim). Amazing Traces of a Babylonian Origin in Greek Mathematics. Appendix 1. A Chain of Trapezoids with Fixed Diagonals. slnd. 46p. (**)
- iv **Nemet-Nejat** (Karen Rhea). A Bibliography for Cuneiform Mathematical Texts. Yale University, slnd. 15p. (**)
- v **Neugebauer** (O.), **Sachs** (A.). Mathematical cuneiform texts, ed. by... With a chapter by A. Goetze. American Oriental Series, Vol.20. American Oriental Society, New Haven, 1986.xp., 178p., 49pl. ISBN 978-0-940490-24-6. (**)
- vi **Renzeti** (Roberto). Alcune questioni di matematica nell "antichità" preclassica. Parte II – Mesopotamia. slnd. 47p. (**)
- vii **Robson** (Eleanor). Mathematical cuneiform tablets in the Ashmolean Museum, Oxford. Department of History and Philosophy of Science, Cambridge, 2004. 63p. (**)

... puis de leur histoire.

- viii [Anonyme]. Archimedis opera non nulla. Nuper in latinum conversa et commentariis illustrata. Venetiis, 1556. pag. Mult. (**)
- ix [Belles Lettres]. Archimède. L'arénaire. in : Des spirales. De l'équilibre des figures planes. L'arénaire. La quadrature de la parabole. Tome II. Texte et traduction. Les Belles Lettres, Paris, 1971. pp.128/157. (*)
- x **Alembert** (d'), **Bossut** (l'Abbé), **Lande** (de la), **Condorcet** (Marquis de), **Charles**, &c. Encyclopédie Méthodique. Mathématiques. Tome second. Paris, Chez Panckoucke, Liège, Chez Plomteux, M.DCC.LXXXV. 788p. (*)
- xi [Anonyme]. Le guide des jeunes mathématiciens dans l'étude des éléments des mathématiques de M. l'Abbé de la Caille. Par un Ami de l'Auteur de ces leçons. A Paris, Chez les Libraires associés, M. DCC. LXV. xvjp., 220p., 1pl.

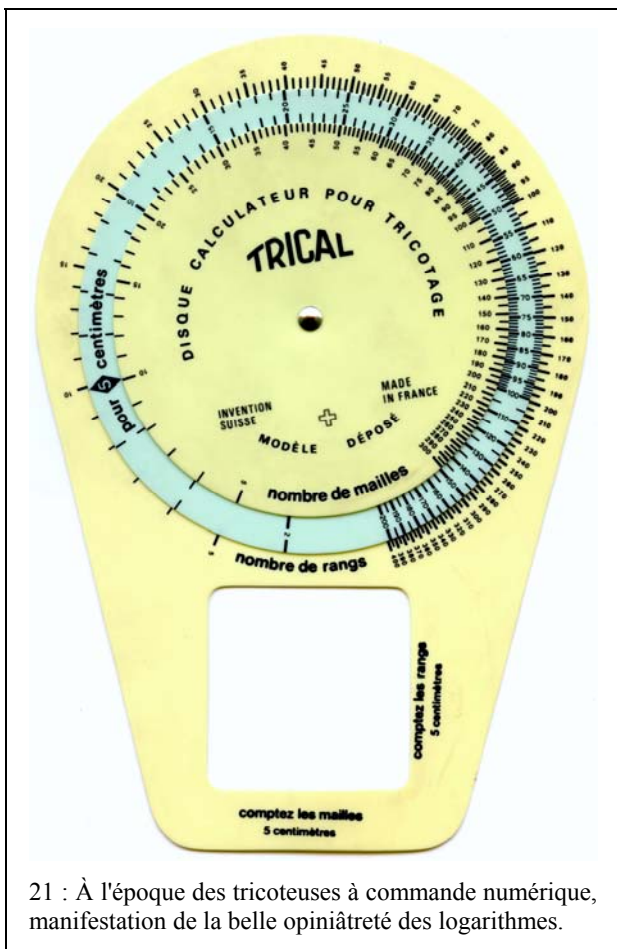
48 Ou Schütz.

49 « Il faut savoir lever la plume du papier... ». Traduction moderne : « Il faut savoir lever les mains du clavier... ». La recherche conduit inéluctablement à ce dilemme : lorsqu'on rédige un papier, il se présente toujours une idée, un fait, à ajouter alors qu'on pensait avoir terminé. C'est ainsi que je m'entendis dire fermement un beau matin : cela suffit, maintenant il faut soutenir ! Ce que je fis et fus jugé digne de recevoir le grade. Heureusement car un Ministre facétieux mijotait une nouvelle loi qui agita un certain temps le petit monde des gradés. Revenons à ces machines présentées en deux ou trois lignes : elles méritent plus ; elles produisirent des tables. Du travail en perspective donc mais notre éditeur attend la copie. Alors ce sera pour la suite.



20 : Règles Nestler, 1913

- xii [Anonyme]. Encyclopédie Méthodique. slnd. 42pl. (*)
- xiii [Anonyme]. Table de logarithmes. sd. [BNF, réf.: Manuscrit, Chinois 4882].
- xiv **Babbage** (Charles). Babbage Calculating Engines. Being a Collection of Papers Relating to Them ; Their history, and Construction. Edited by Henry P. Babbage. Cambridge University Press, Cambridge, ..., 2010. First publ. Pag. mult. 1889978-1-108-00096-3. (*)
- xv **Baxandall** (D.). Pugh (J.). Difference and analytical engines. in : Calculating Machines and Instruments. Catalogue of the collections in the science museum. Originally compiled by D. Baxandall ARCS FRAS. Revised & updated by Jane Pugh BSC ARCS. Science Museum, London, 1975. ISBN 0 901805 14 9. pp.19/24, fotogr. (*)
- xvi **Burgy**. Arithmetische und geometrische Progress-tabulen, sambt gründlichem unterricht, wie solche nützlich in allerley Rechnungen zugebrauchen und verstanden werden sol. Prague, 1620.
- xvii **Cajori** (Florian). A History of Mathematics. The Mac Millan Co., London, 1909. (**)
- xviii **Cajori** (Florian). A History of the logarithmic slide rule and allied instruments, and, on the history of Gunter's scale and the slide rule during the seventeenth century by... Astragal Press, Mendham NJ, 1994. vip., 164p. ISBN 1-879335-52-2. (*)
- xix **Caille** (Nicolas Louis, Abbé de la). Tables de logarithmes pour les sinus & tangentes... avec une exposition abrégée de l'usage des tables. Nouvelle édition. A Paris, Chez la veuve Desaint, 1781. Pag. multpl. (*)
- xx **Caille** (Abbé de la). Leçons élémentaires de mathématiques, Par... Nouvelle édition, Avec... Par M. l'Abbé Marie, ... A PARIS, Chez la Veuve Desaint, ..., M.DCC.LXXXIV. xijp., 527p., 11pl. (*)
- xxi **Callet** (François). Tables portatives de logarithmes, contenant les logarithmes des nombres, Depuis 1 jusqu'à 108,000 ; les logarithmes des sinus et tangentes, ... par... Edition Stéréotype, gravée, fondue et imprimée par Firmin Didot. Paris, Firmin Didot, ..., 1795 (Tirage 1857). 117p., tables. (*)
- xxii **Campbell-Kelly** (Martin), **Croarken** (Mary), **Flood** (Raymond), **Robson** (Eleanor). The History of Mathematical Tables. From Sumer to Spreadsheets. Oxford Univ. Press, New York, 2007. xp., 362p. ISBN 978-0-19-850841. (*)
- xxiii **Caratini** (Roger). Les mathématiques. ... édition remaniée de : Les nombres et l'espace ; ... 1971. Bordas, Paris, 1985. ISBN 2-04 15392-6. non pag., 163p.
- xxiv [Cyclopaedia]. Description of Gunter's Line. Use of Gunter's scale. Vol II. 1728, pp.194-195. (**)
- xxv **Dupuis** (J.). Tables de logarithmes à cinq décimales. Trente-deuxième édition. Paris, Librairie Hachette, 1915. ivp., 230p. (*)
- xxvi **Galle** (Prof. Dr. A.). Mathematische Instrumente. Leipzig, Berlin, B.G. Teubner, 1912. ivp., 188p.



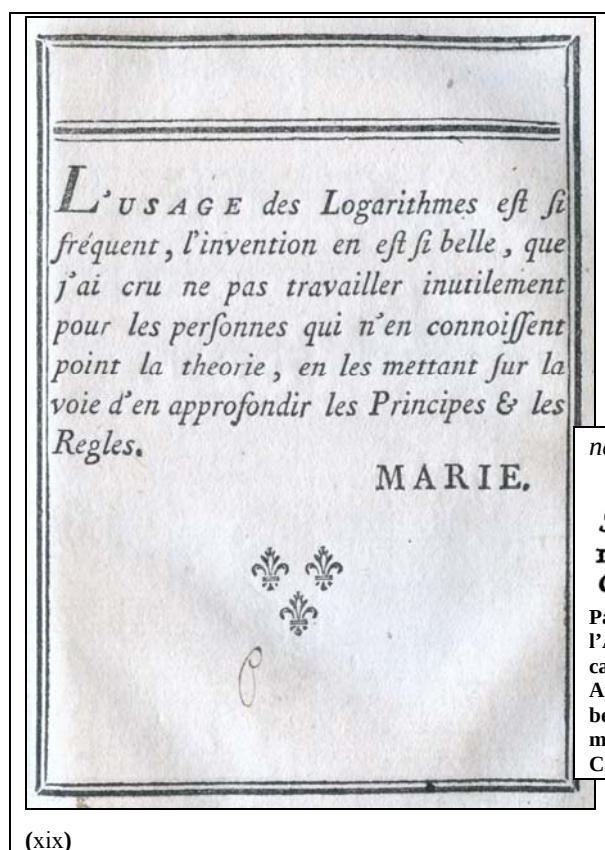
21 : À l'époque des tricoteuses à commande numérique, manifestation de la belle opiniâtreté des logarithmes.

- xxvii **Gardiner**. Tables de Logarithmes contenant les Logarithmes des nombres, depuis 1 jusqu'à 102100, & les Logarithmes des Sinus & des Tangentes ... publiées ci-devant en Angleterre par Monsieur Gardiner... Avignon, J. Aubert, 1770. (*)
- xxviii **Gunter** (Edmund). The Works of Edmund Gunter... The fifth Edition, diligently corrected... by William Leybourn. London, 1673. (*)
- xxix **Ham** (Dirk J. van). Catalogue Mathematical Tables. [Catalogue d'une collection « STOA » de tables]. slnd. Non pag.
- xxx **Hogben** (Lancelot). La socialisation de l'arithmétique ou comment furent découverts les logarithmes. in : Les mathématiques pour tous. Trad. de l'anglais par F.H.Larrouy, ... et par le Commandant A.Sallin, ... Bibliothèque scientifique. Payot, Paris, 1938. pp.478/527. (*)
- xxxi **Hoefer** (F.). Histoire des mathématiques depuis leurs origines jusqu'au commencement du dix-neuvième siècle par... Paris, Librairie Hachette et Cie..., 1874. (*)
- xxxii **[Horsburgh (E.M.)]**. Handbook of the Napier Tercentenary Celebration or Modern Instruments and Methods of Calculation. Edited by... Tomash Publishers, Los Angeles, San Francisco, 1982 (reprint 1914). Xxiip., 358p. ISBN 0-938228-10-2.
- xxxiii **Ibrah** (Georges). Histoire universelle des chiffres. Lorsque les nombres racontent les hommes. Ouvrage publié avec le concours du C.N.R.S. Seghers, Paris, 1981. 568p. ISBN 2-221-50205-1.
- xxxiv **[Illustration (l')]**. Nouvelle machine à calculer de MM. Maurel et Jayet. n : L'illustration, Journal universel, n°321, vol. xiii, samedi 21 avril 1849. pp.127/128, 1fig.
- xxxv **Jacomy-Régnier**. Histoire des nombres et de la numération mécanique. Paris, Chaix, 1855. 35p. (**)
- xxxvi **Lucas** (Edouard). Le calcul et les machines à calculer. Les bâtons de Néper. in : Association française pour l'avancement des sciences. 13e session. Blois. 1884. Compte rendu de la 13e session. Blois 1884. Première partie. Documents officiels.- Procès-verbaux. Paris, au secrétariat de l'Association,... 1885. pp.136/139. (*)
- xxxvii **Mehmke** (R.). Numerisches Rechnen. in : Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften. Erster Band in zwei Teilen. Arithmetik und Algebra. pp.938/1079.B.G. Teubner, Leipzig, 1900-1904. (*)
- xxxviii **[Magasin Pittoresque]**. De la Vie et des ouvrages d'Archimède. Magasin Pittoresque. Tome VI, n°19, mai 1838. Paris, 1838. pp. 149/152. (*)
- xxxix **Marie** (Maximilien). Histoire des sciences mathématiques et physiques. Tome II. De Diophante à Viète. Paris, Gauthier-Villars, 1883. 316p. (**)
- xl **Marie** (Maximilien). Histoire des sciences mathématiques et physiques. Tome III. De Viète à Descartes. Paris Gauthier-Villars, 1884. 2030p. (**)
- xli **Montucla** (M.). Histoire des Mathématiques. Tome Premier. Ant. Jombert, Paris, 1748. xxvjp., 638p. 5pl. (*)
- xlvi **Montucla** (M.). Histoire des Mathématiques. Tome Premier. Ant. Jombert, Paris, 1748. 680. (*)
- xlvi **Naux** (Charles). Histoire des logarithmes de Neper à Euler. Tome I. La découverte des logarithmes et le calcul des premières tables. Librairie scientifique et technique A. Blanchard, Paris, 1966. 158p. (*)
- xliv **Naux** (Charles). Histoire des logarithmes de Neper à Euler. Tome II. La promotion des logarithmes au rang de valeur analytique. Librairie scientifique et technique A. Blanchard, Paris, 1971. 232p. (*)
- xlvi **Needham** (Joseph). Science and civilization in China... with the collaboration of Wang Ling, Ph. D. Volume 3 Mathematics and the sciences of the heavens and the earth. Cambridge University Press, Cambridge, 1995. xlviiip., 886p. ISBN 0 521 05801 5. (*)
- xlvi **Nepero** (Joanne, Barone Merchistonii), Logarithmorum canonicis descriptio, seu Arithmeticarum supputationum mirabilis abbreviatio, ejusque usus in utraque trigonometria ut etiam in omni logistica mathematica... explicatio, autore ac inventore.... Abud Barth. Vincentium, Lugduni, 1620.
- xlvi **Nestler** (Albert). Der logarithmische Rechenschieber und sein Gebrauch. Nestler, Lahr, 1913.108p.,Vpl. (*)
- xlvi **Ocagne** (M. d'). Quelques mots sur les logarithmes. A propos de leur tricentenaire. in : la Nature, 42ème. ann., 1er. sem., n° 2146, 11 juil. 1914. pp. 114/118. (*)
- xlvi **Peyrard** (F.). Œuvres d'Archimède traduites littéralement avec un commentaire, par... Paris, François Buisson, 1807. xlviiip., 602p. (**)
- l **Rambosson** (J.). Histoire du calcul. in: La science pour tous, vol.2, 2e année, n°27, 16 juill. 1857. Paris, chez l'éditeur, rue St. Sulpice, 22, 1857. pp. 251/253. (*)

- li **Roegel** (Denis). Bürgi's "Progress Tabulen" (1620) :logarithmic tables without logarithms. Locomat Project, 2013. 104p. (**)
- lii **Roegel** (Denis). Napier's ideal construction of the logarithms. slnd. 83p. (**)
- liii **Stifelio** (Michael). Arithmetica Integra. Norimbergæ, Iohan Petrium, 1544. pag. mult.
- liv **Sugimoto** (Masayoshi), Swain (David, L.). Science & Culture in Traditional Japan. 5. The shift from traditional to modern science. Charles E. Tuttle Company, Rutland, Tokyo, 1989. ISBN 0-8048-1614-X. pp.291/399. (*)
- lv **Taton** (René). Histoire générale des sciences, publiée sous le direction de ... Tome I. La science antique et médiévale. Viiiip., 628p. PUF, Paris, 1957. (*)
- lvi **Thomas** (Ivor). Selections illustrating the history of greek mathematics with an english translation by... in two volumes. II, from Aristarchus to Pappus. xp., 684p., 10p. William Heinemann Ltd., London, Harvard University Press, Cambridge MA., 1951.
- lvii **Trompler** (Simone). L'histoire des logarithmes. Université Libre de Bruxelles, 33p. Centre de Documentation Pédagogique (CeDoP) Bruxelles, 2002. (**)
- lviii **Vlacq** (A.).-1651-a-. Tables de sinus, tangentes, sécantes : et logarithmes de sinus, tangentes, & nombres depuis l'unité jusques à 10000. Avec une méthode de tres facilement resoudre par le moyen d'icelles tous triangles rectilignes & spheriques, & plusieurs questions astronomiques. Corrigées par A Vlacq. A Leyde chez Philippe de Croy. 1651. 20p., tables. (*)
- lix **Vogel** (Nicole). La construction des logarithmes de Neper. in : Ouvert – Journal de l'APMEP d'Alsace et de l'IREM de Strasbourg - N°55, Juin 1989). 14p. (**)

* Bibliothèque personnelle.

** Accessible sur l'internet.



(xix)



ndlr : envoi probable de...

M. l'Abbé MARIE, de la Maison & Société de Sorbonne, Sous-Précepteur des Enfants de Monseigneur LE COMTE D'ARTOIS ; ci-devant Professeur de Mathématiques au Collège Mazarin.

Passionné de logarithmes et capable, en compagnie de son collègue, l'Abbé de la Caille, d'écrire plusieurs pages sur l'art et la manière de calculer les logarithmes avant de les utiliser !

Aujourd'hui, cher lecteur, on vous expliquerait comment construire le beau pc dont vous avez besoin à tout instant, et cela tout aussi facilement que pour construire une table de logarithmes...

Car tout est possible à l'ANCMECA...