Association Nationale des Collectionneurs
de
Machines à Écrire
et de
Machine à Calculer

Planimètres

Serge Savoysky, D ès Sc

Les planimètres :

- Quelques objets
  - Ancêtres
  - Première publication
  - Planimètres polaires et linéaires
  - Willis et Prytz
- Un soupçon de théorie
- Publicité récente.

D’après Baxandall, 1975 : J M Hermann, 1814.

The invention of the first instrument for directly measuring an area bounded by an irregular curve appears to have been made by the Bavarian engineer, J M Hermann, in 1814. It was improved by Lämmle in 1816, and actually constructed in 1817. Tito Gonella of Florence in 1824 invented independently a similar instrument. It embodied a recording wheel which rolled on the surface of a cone, the angular motion of the wheel relative to that of the cone varying with the distance of the wheel from the apex of the cone. The position of the wheel on the cone was made to vary according to the length of the ordinate of the curve, thus the total angular rotation of the recording wheel gave a measure of area. Gonella soon afterwards replaced the cone by a disc. He had one instrument made, but found it impossible to obtain that accuracy in construction which would ensure trustworthy results.

D'après Deutsches Museum, 1925 : G. Zobel, 1815

The invention of the first instrument for directly measuring an area bounded by an irregular curve appears to have been made by the Bavarian engineer, J M Hermann, in 1814. It was improved by Lämmle in 1816, and actually constructed in 1817. Tito Gonella of

B. Die Entwicklung des Planimeters. Die zur mechanischen Ausmessung unregelmäßiger Flächenstücke dienenden Instrumente sind in folgenden Entwicklungsstufen dargeboten: Ein Planimeter (1815) von Georg Zobel und Jos. Müller in München, ein älteres Haarplanimeter sowie ein Linearplanimeter von Wetli-Hansen, das erste Polar-Planimeter von Amsler, Momentenplanimeter von Amsler-Laffon, Schlitten- und Universalplanimeter von Ott, Polarplanimeter, das Prytz'sche Stangenplanimeter, Kugelplanimeter und Kompensationsplanimeter von Coradi. Ein großes Kugelrollplanimeter (nach Amsler) dient zur Vorführung dieser Meßinstrumente auf dem in der Mitte des Saales befindlichen Tisch.

would ensure trustworthy results.

Coriolis, Journal de Mathématiques, 1836.

NOTE

Sur un moyen de tracer des courbes données par des équations différentielles ;

PAR G. CORIOLIS.

Si l'on conçoit qu'un fil tendu s'enroule sur un cylindre, et que le frottement y soit assez fort pour empêcher ce fil de glisser le long de la surface contre laquelle il s'est enroulé, la courbe formée par le fil sur la surface du cylindre, développée ensuite sur un plan, jouira de la propriété que la direction de sa tangente sera toujours celle de la partie du fil tendue en ligne droite avant qu'elle s'enroule.

Si donc on peut donner au fil, dans cette partie, une direction qui résulte de l'équation différentielle d'une courbe, celle-ci se trouvera tracée sur le cylindre en prenant pour abscisses les arcs comptés sur la base du cylindre.

Cette considération conduit à un tracé assez simple de plusieurs courbes.

On voit de suite que l'exponentielle dont l'équation est

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{a}, \quad \text{ou} \quad y\,\frac{dx}{dy} = a,$$

peut se décrire en enroulant sur un cylindre un fil tendu qui passe toujours par un point fixe. Ce point doit être à la distance a de la génératrice du cylindre qui se trouve dans le plan tangent mené par ce point.

J'ai fait construire, d'après cette remarque, une machine au moyen

de laquelle un fil tendu par un léger poids s'enroule ou se déroule autour d'un cylindre en passant par un petit trou percé dans une plaque mobile qu'on approche ou qu'on écarte à volonté du cylindre. Une aiguille et un cadran indiquent les tours et fractions de tours dont on a tourné le cylindre. Ce sont ces quantités qui représentent les exposants. Une échelle placée contre la génératrice du cylindre, sur laquelle se trouve toujours le point où le fil s'en sépare, indique, à partir du zéro de l'échelle, les exponentielles qui répondent aux exposants indiqués sur le cadran. On conçoit comment cette machine opère facilement tous les calculs d'intérêts composés. La marche de l'aiguille répond aux durées des placemens, et les nombres qu'on lit sur l'échelle, au point où le fil se sépare du cylindre, indiquent ce que sont devenues les sommes placées, ou ce qu'elles doivent être pour l'escompte (1).

La chaînette, dont l'équation différentielle est

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{y^2}{a^2} - 1},$$

ou bien

$$\frac{y}{\sqrt{1+y^2}} = a,$$

se décrira d'une manière analogue à la logarithmique. Il suffira de placer dans un plan tangent au cylindre une poulie dont le centre soit sur la génératrice de contact et dont a soit le rayon. En faisant dérouler sur cette poulie le fil qui s'enroule sur le cylindre, il s'y pliera suivant une chaînette.

Si l'on avait l'équation différentielle

$$\frac{dy}{dx} = yf(x),$$

ou bien, en posant $\frac{1}{f(x)} = \varphi(x)$,

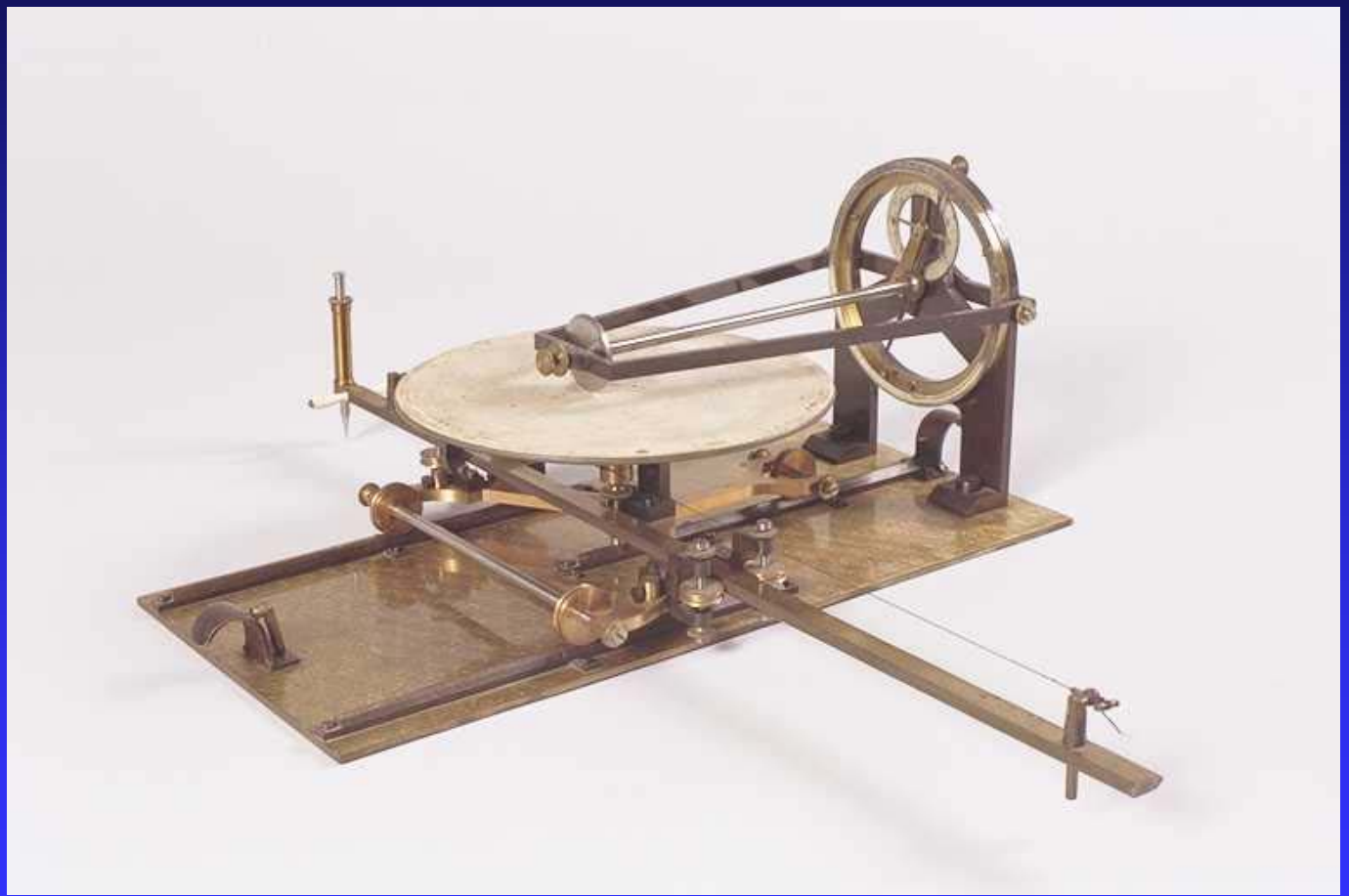
$$y\,\frac{dx}{dy} = \varphi(x),$$

(1) Le modèle de cette machine fait partie de la collection de l'École Polytechnique.

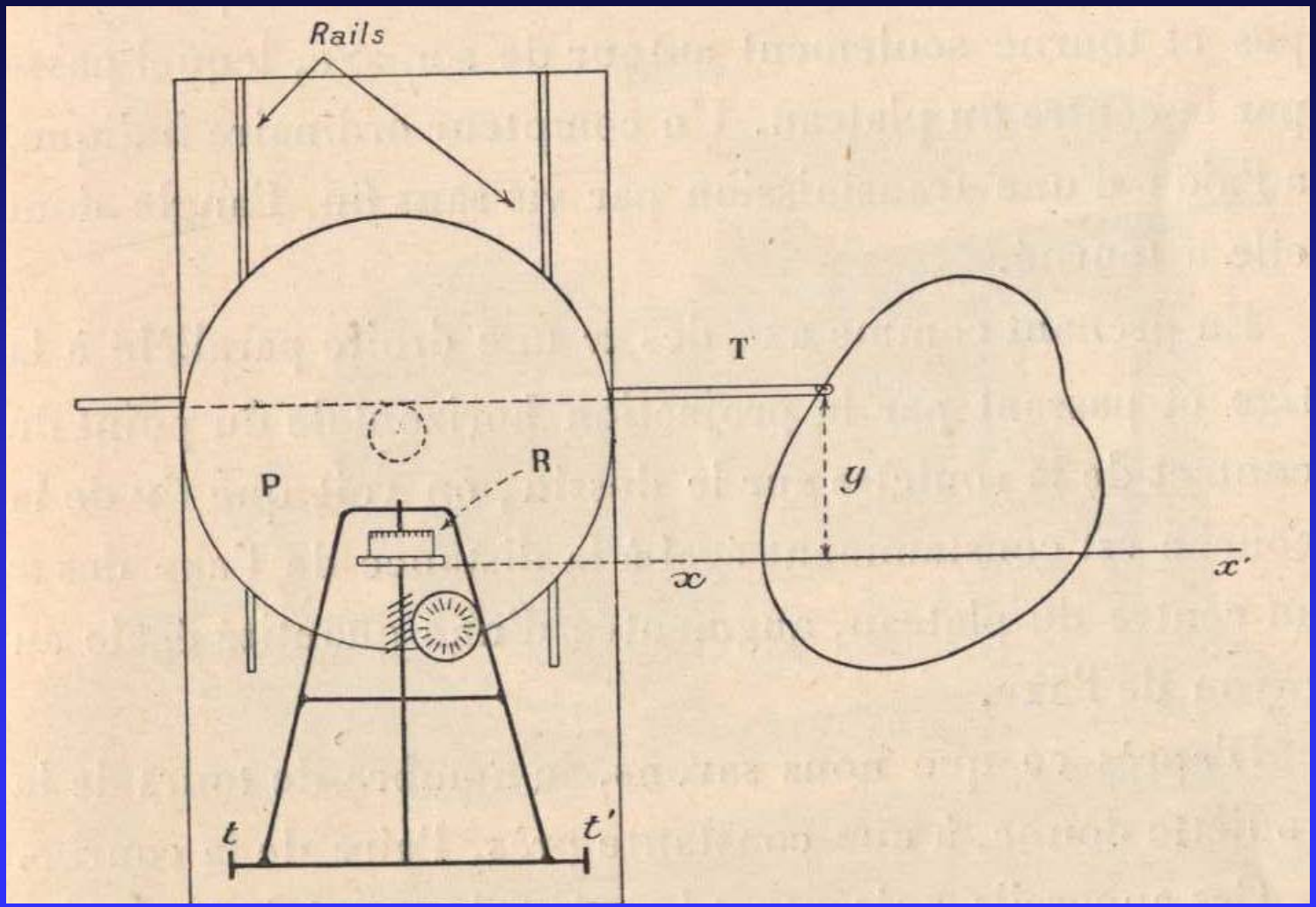
Scheiben-Planimeter von Johannes Oppikofer, Heinrich Rudolf Ernst, Kaspar Wetli und Georg Christoph Starke.

Coll. : Technik Museums der Technischen Universität Delft

Es wurde zwischen 1850 und 1870 bei Starke in Wien produziert.



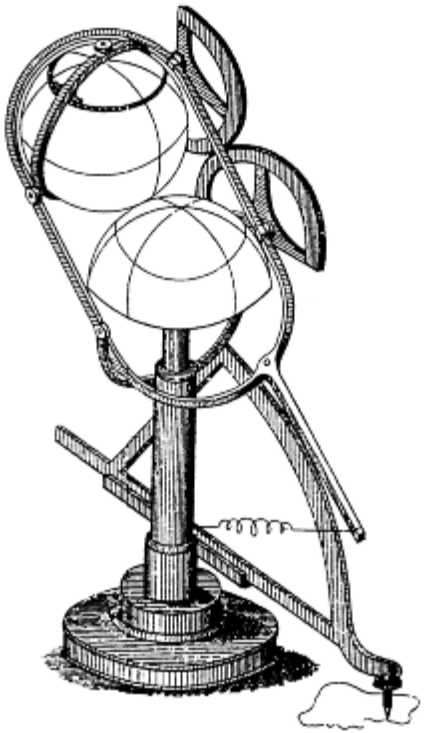
Principe du planimètre de Starke



During the first half of the Nineteenth Century, the need for an instrument that would accurately measure area inspired several ingenious devices. Planimeters previous to Amsler's invention were either inaccurate, difficult to use, or cumbersome. The inventors were in good company -- one of them was J. C. Maxwell, of electromagnetic theory fame.

This planimeter consists of a fixed hemisphere and a sphere of the same radius. The motion of the tracer point causes the sphere to roll on the hemisphere. Exactly how this translates into area is far from obvious! The details (including this picture) are in Maxwell's paper *Description of a New Form of Platometer, an Instrument for measuring the Areas of Plane Figures drawn on Paper* (Maxwell's Collected Papers, v. I, p. 230). Maxwell learned of Amsler's planimeter after this article was accepted, but before it appeared. Without even seeing a working model, Maxwell immediately realized the significance of Amsler's invention and had the editor of the journal add the following to the end of the article:

Maxwell's Planimeter, 1855

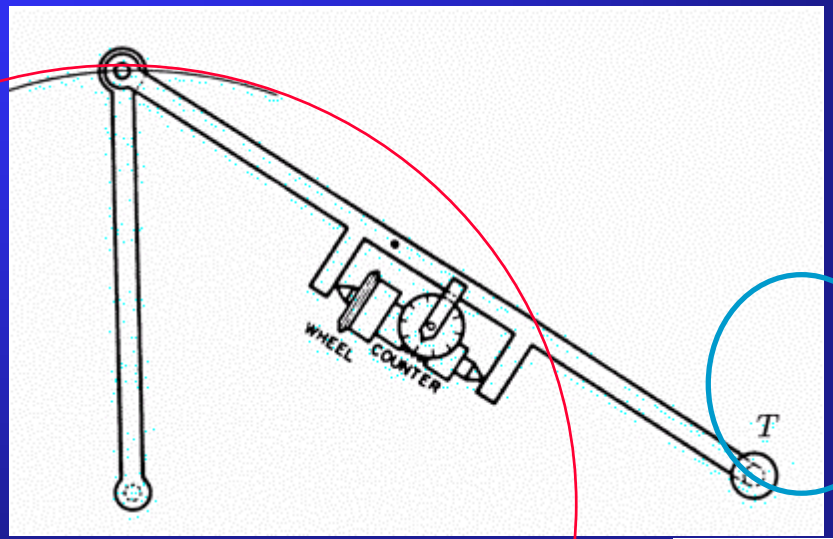


Reconnaissance par Maxwell de l'excellence du planimètre polaire

Since the design of the above instrument was submitted to the Society of Arts,I have met with a description of an instrument combining simplicity of construction with the power of adaptation to designs of any size, and at the same time more portable than any other instrument of its kind. I think that its simplicity, and the beauty of the principle on which it acts, render it worth the attention of engineers and mechanists, whether practical or theoretical.

-- J. C. Maxwell, 1856

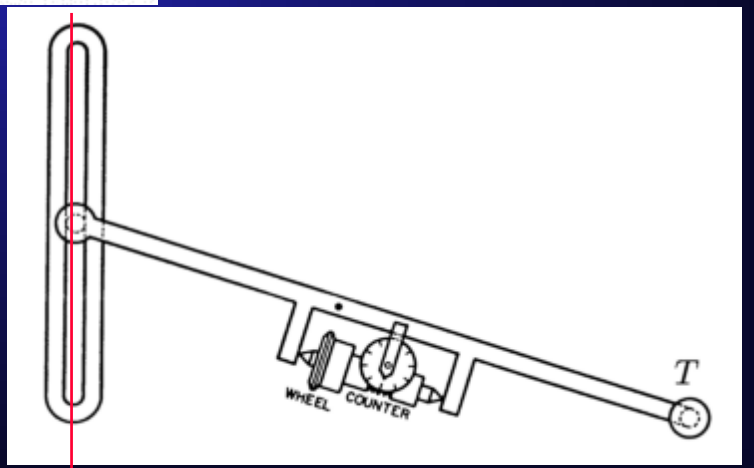
Planimètres polaires et linéaires, principes



Γ et Γ’ quelconques,
bras traceur invariant

Γ’

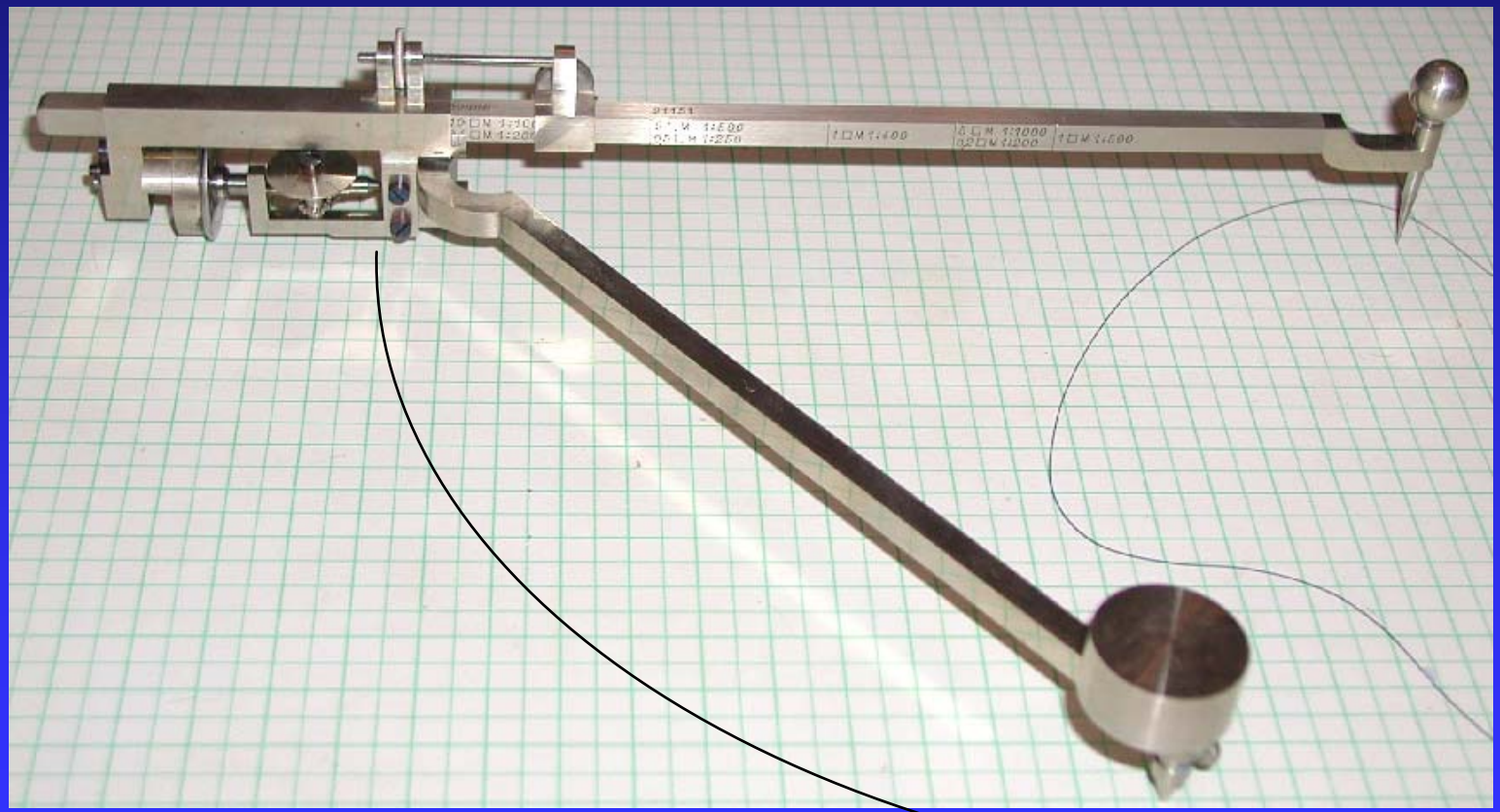
Γ



Γ’

Nom : **Amsler** (Coll. SS n°340).
Année : 1880.

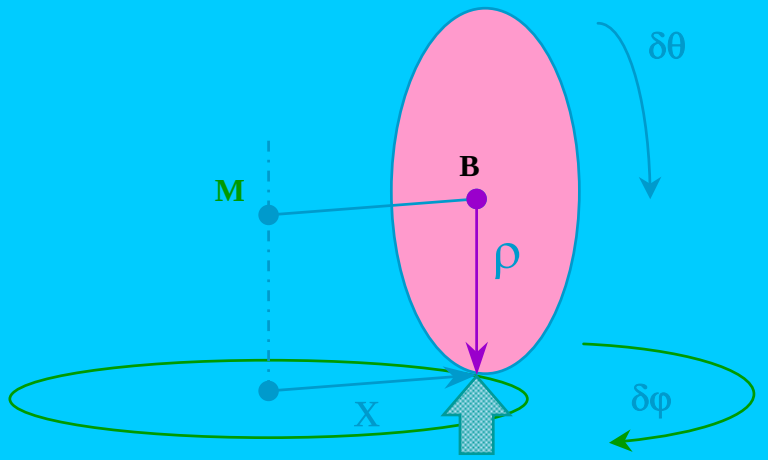
Type : Planimètre polaire.



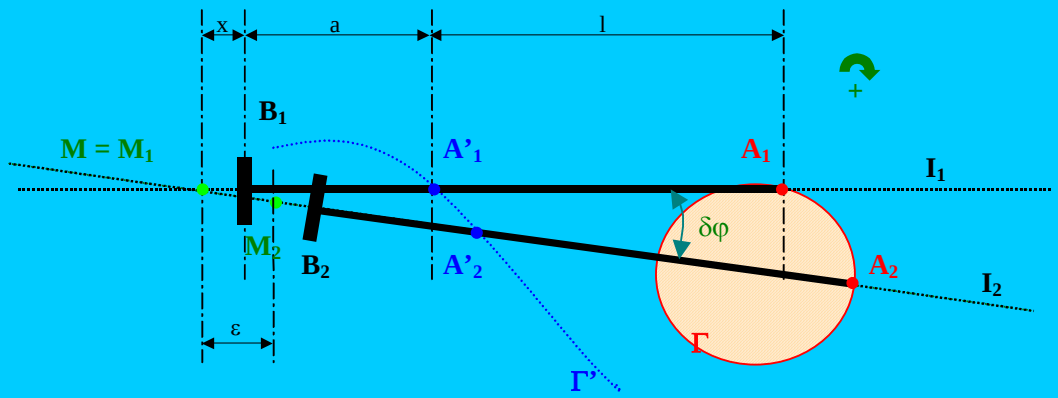
Planimètres à bras de longueur constante
Éléments théoriques

$$S \cong (l^2+2al)\,\frac{(\varphi_f - \varphi_i)}{2} + l\int_{\varphi_i}^{\varphi_f} x.\delta\varphi$$

$$x\,\delta\varphi = \rho\delta\theta$$

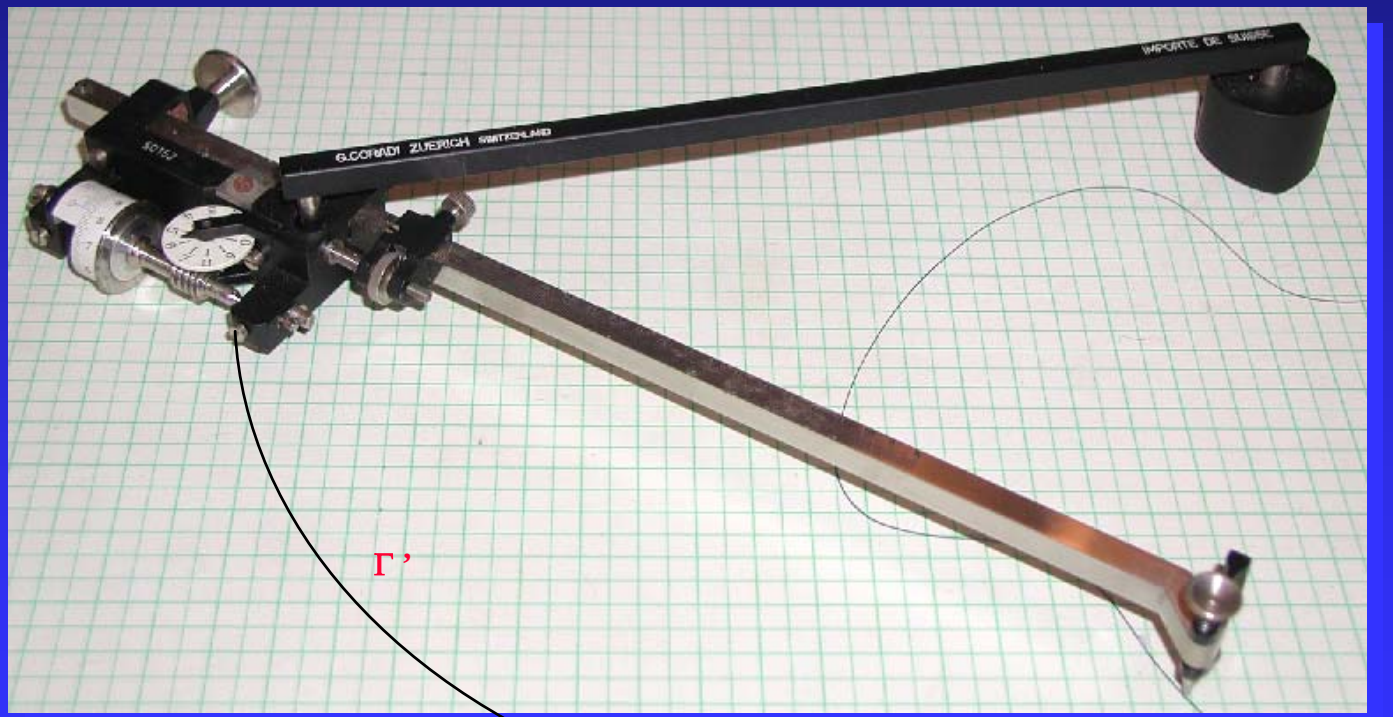


Rotation autour de B sans glissement
Dérapage latéral sans rotation



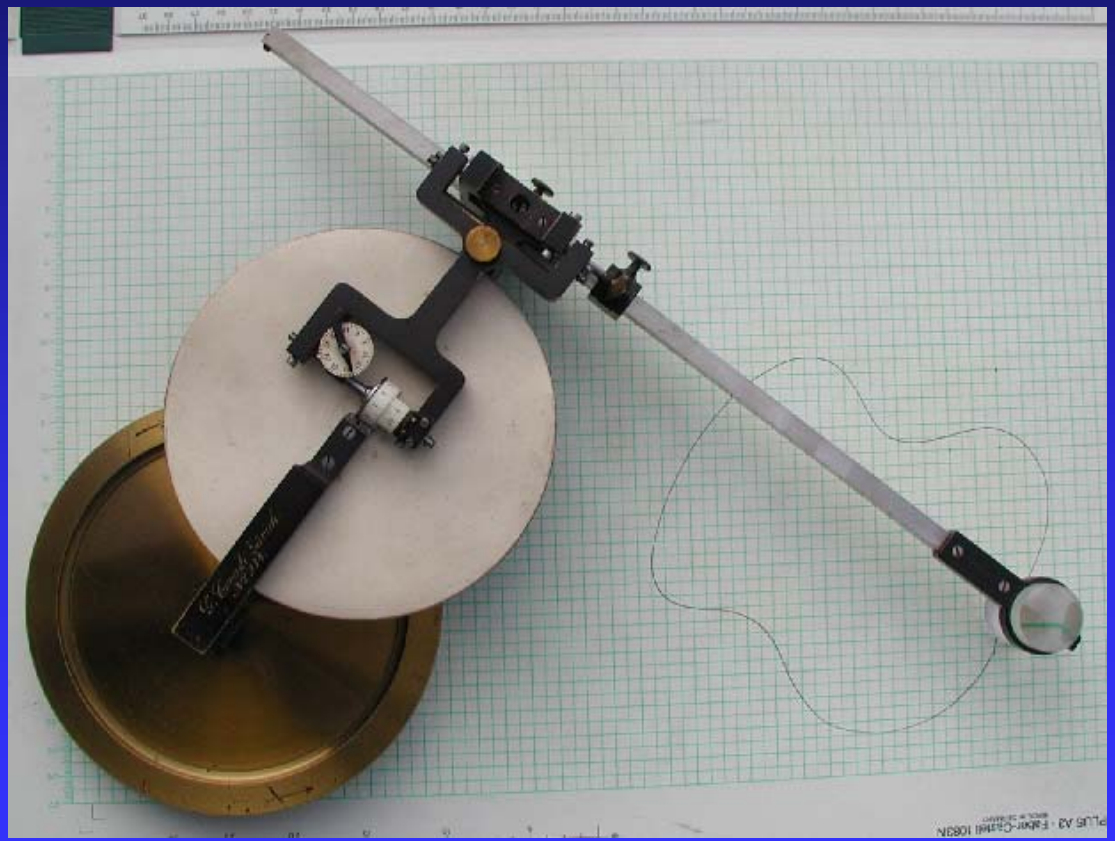
Nom : **Coradi** (Coll. SS n°157). Date : 1959.
Type : Planimètre polaire compensateur.
Constructeur : Coradi G. *Zuerich, Switzerland.*

Référence : n°50512.



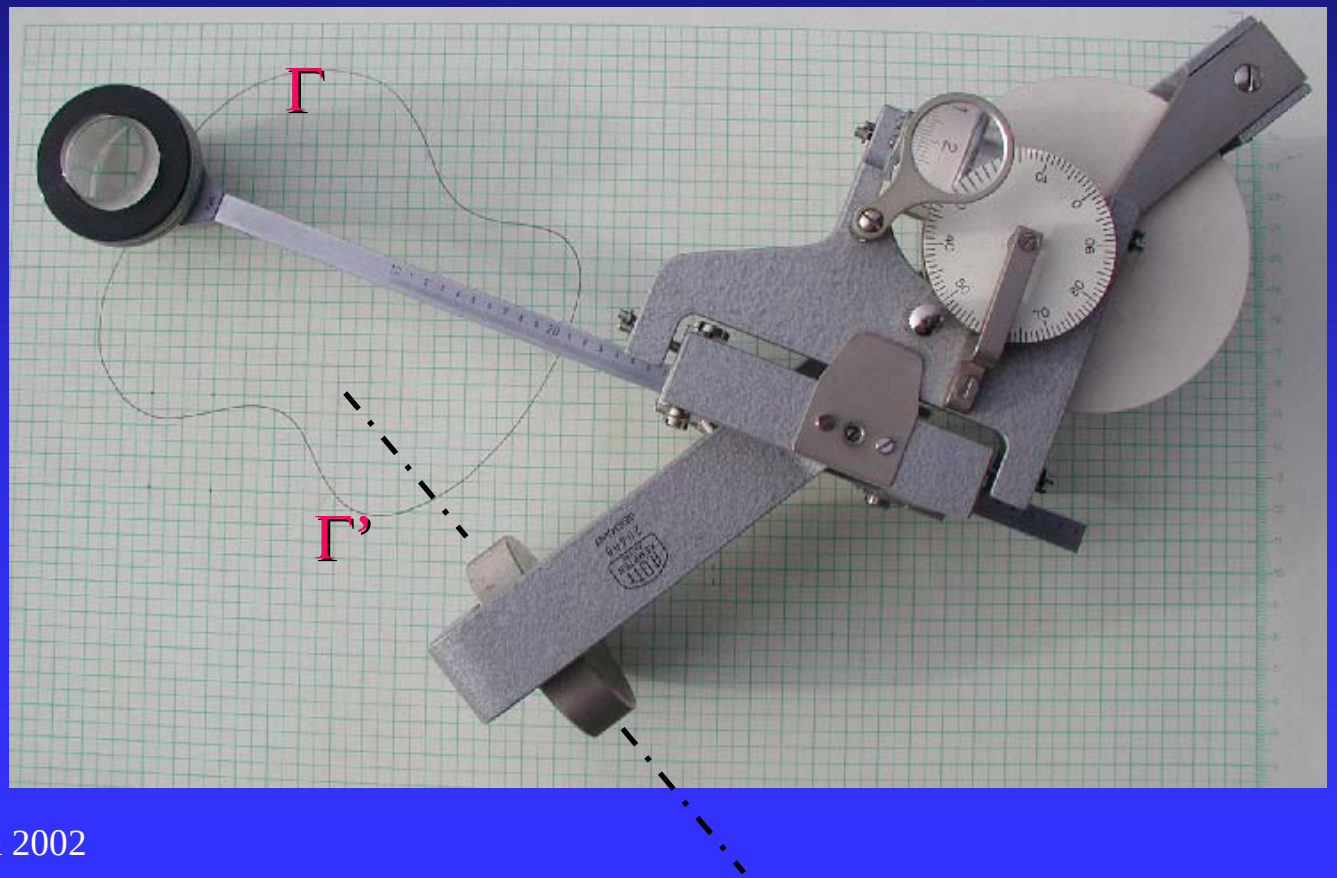
Nom : **Coradi** (Coll. SS n°480).
Année : 1895.
Type : Planimètre à disque.
Auteur : G. Coradi. Zürich.
Constructeur : G. Coradi. Zürich.

Références : n°934.

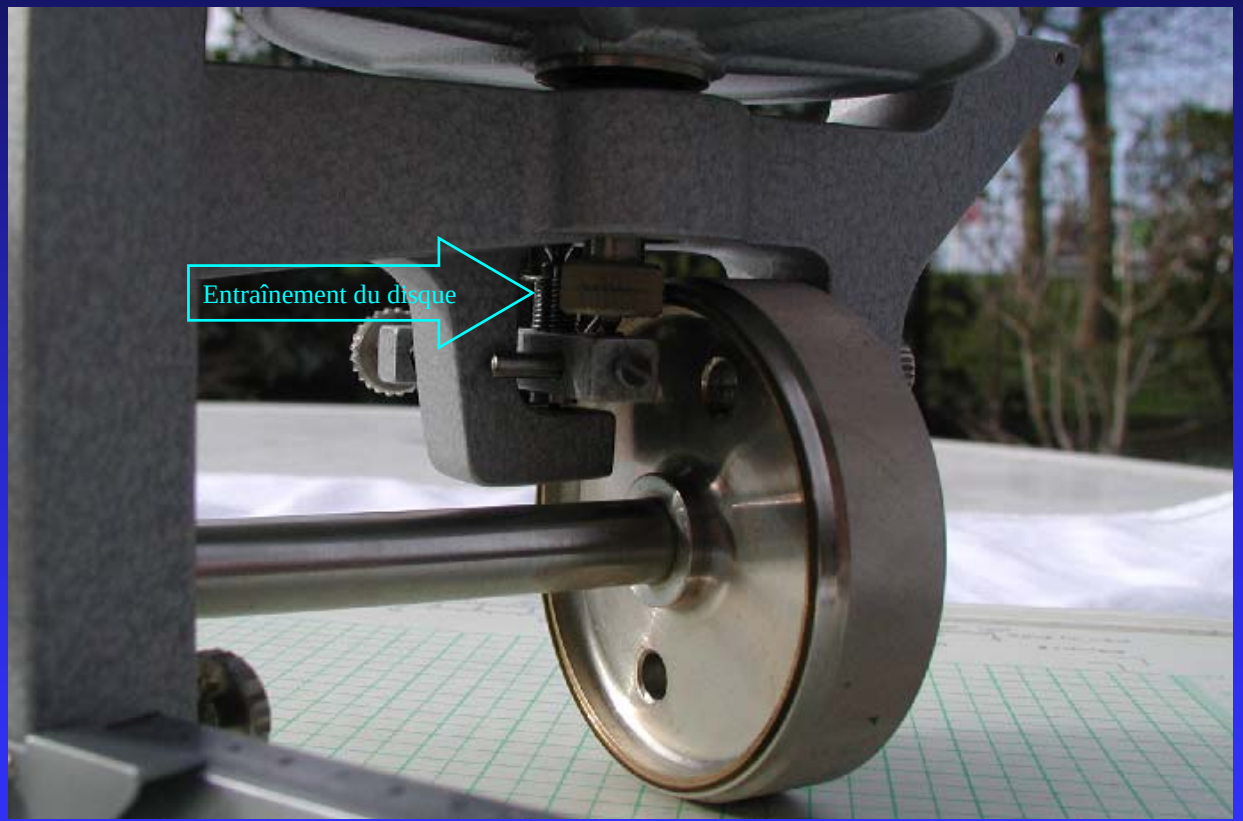


Nom : **Ott** (Coll. SS n°327). Année : 1958.
Type : Planimètre linéaire à disque, modèle 131L/45.
Auteur : Ott (A.).
Constructeur : Ott. Bayern.
Vendeur : Société de vente d'instruments d'optique et de précision. 41av. de

Villiers. Paris 17.



Nom : **Ott** (Coll. SS n°327). Détail de l'entraînement du disque.

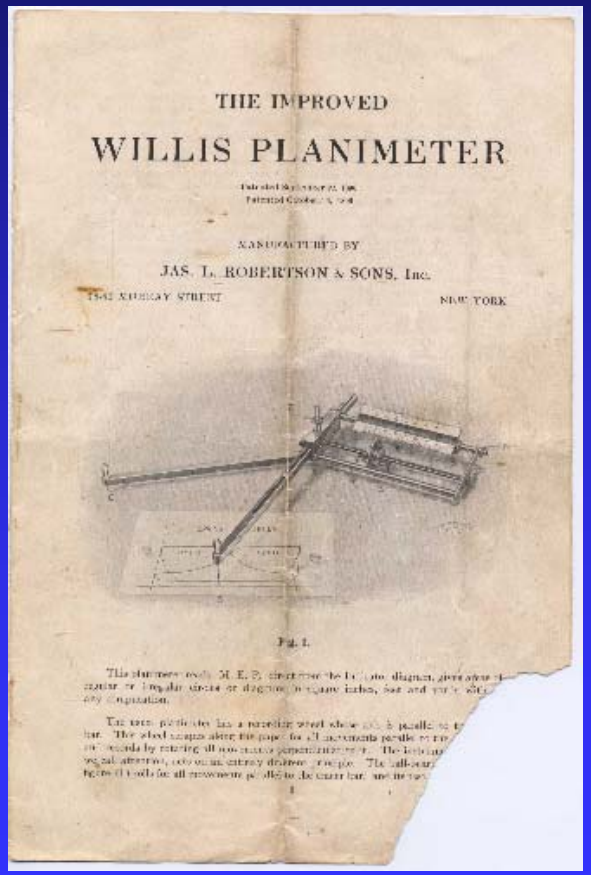


Pictures of Prytz Planimeters (WEB site)

Planimeters of this type were manufactured commercially starting in 1887 by the Copenhagen firm of Cornelius Knudsen.

Nom : Improved **Willis** Planimeter (Coll. SS n°494).
Époque probable : 1901/1920.
Type : Planimètre à roulette tranchante.
Auteur. : Willis. Références : N°8191. Patented September 22, 1896, October 6,

1896, April 23, 1901.



THE IMPROVED

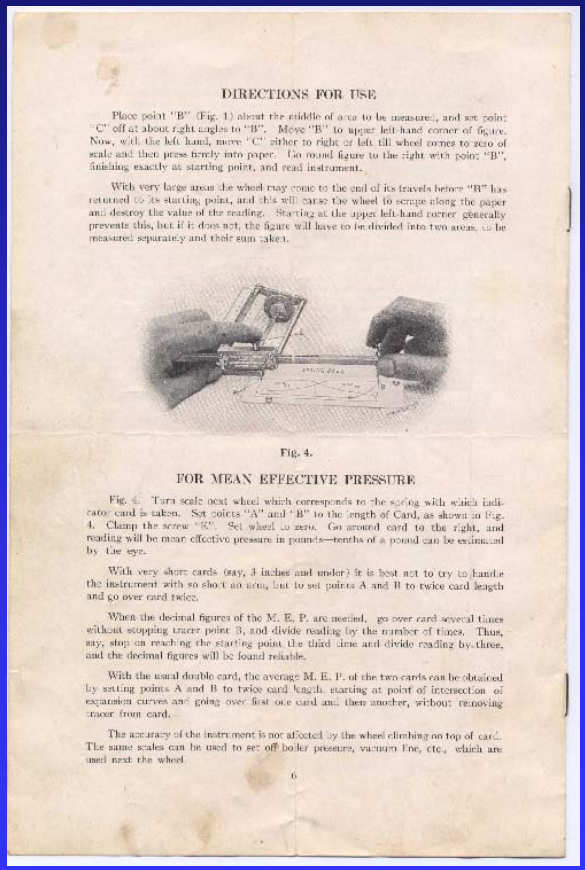
WILLIS PLANIMETER

MANUFACTURED BY

JAS. L. ROBERTSON & SONS, Inc.

NEW YORK

Fig. 1.



DIRECTIONS FOR USE

Place point "B" (Fig. 1) about the middle of area to be measured, and set point "C" off at about right angles to "B". Move "B" to upper left-hand corner of figure. Now, with the left hand, move "C" either to right or left till wheel comes to zero of scale and then press firmly into paper. Go round figure to the right with point "B", finishing exactly at starting point, and read instrument.

With very large areas the wheel may come to the end of its travels before "B" has returned to its starting point, and this will cause the wheel to scrape along the paper and destroy the value of the reading. Starting at the upper left-hand corner generally prevents this, but if it does not, the figure will have to be divided into two areas, to be measured separately and their sum taken.

Fig. 4.

FOR MEAN EFFECTIVE PRESSURE

Fig. 4. Turn scale next wheel which corresponds to the spring with which indicator card is taken. Set points "A" and "B" to the length of Card, as shown in Fig. 4. Clamp the screw "S". Set wheel to zero. Go around card to the right, and reading will be mean effective pressure in pounds—tenths of a pound can be estimated by the eye.

With very short cards (say, 3 inches and under) it is best not to try to handle the instrument with so short an arm, but to set points A and B to twice card length and go over card twice.

When the decimal figures of the M. E. P. are needed, go over card several times without stopping tracer point B, and divide reading by the number of times. Thus, say, stop on reaching the starting point the third time and divide reading by three, and the decimal figures will be found reliable.

With the usual double card, the average M. E. P. of the two cards can be obtained by setting points A and B to twice card length, starting at point of intersection of expansion curves and going over first one card and then another, without removing tracer from card.

The accuracy of the instrument is not affected by the wheel climbing on top of card. The same scales can be used to set off boiler pressure, vacuum line, etc., which are used next the wheel.

6

Improved Willis Planimeter with 3 patent dates ranging from 1896-1901. Manufactured by James L. Robertson & Sons Inc., New York. (WEB Site)

Place des planimètres dans les techniques d’intégration.

Objet de l’étude

Place des planimètres dans les techniques d'intégration.

Objet de l'étude

Modèle différentiel continu

Intégration analytique
Ex. : Transformation de Fourrier

Place des planimètres dans les techniques d'intégration.

Objet de l'étude

Modèle différentiel continu

Intégration numérique

Intégration analytique
Ex. : Transformation de Fourrier

discrétisation

Place des planimètres dans les techniques d'intégration.

Objet de l'étude

Modèle différentiel continu

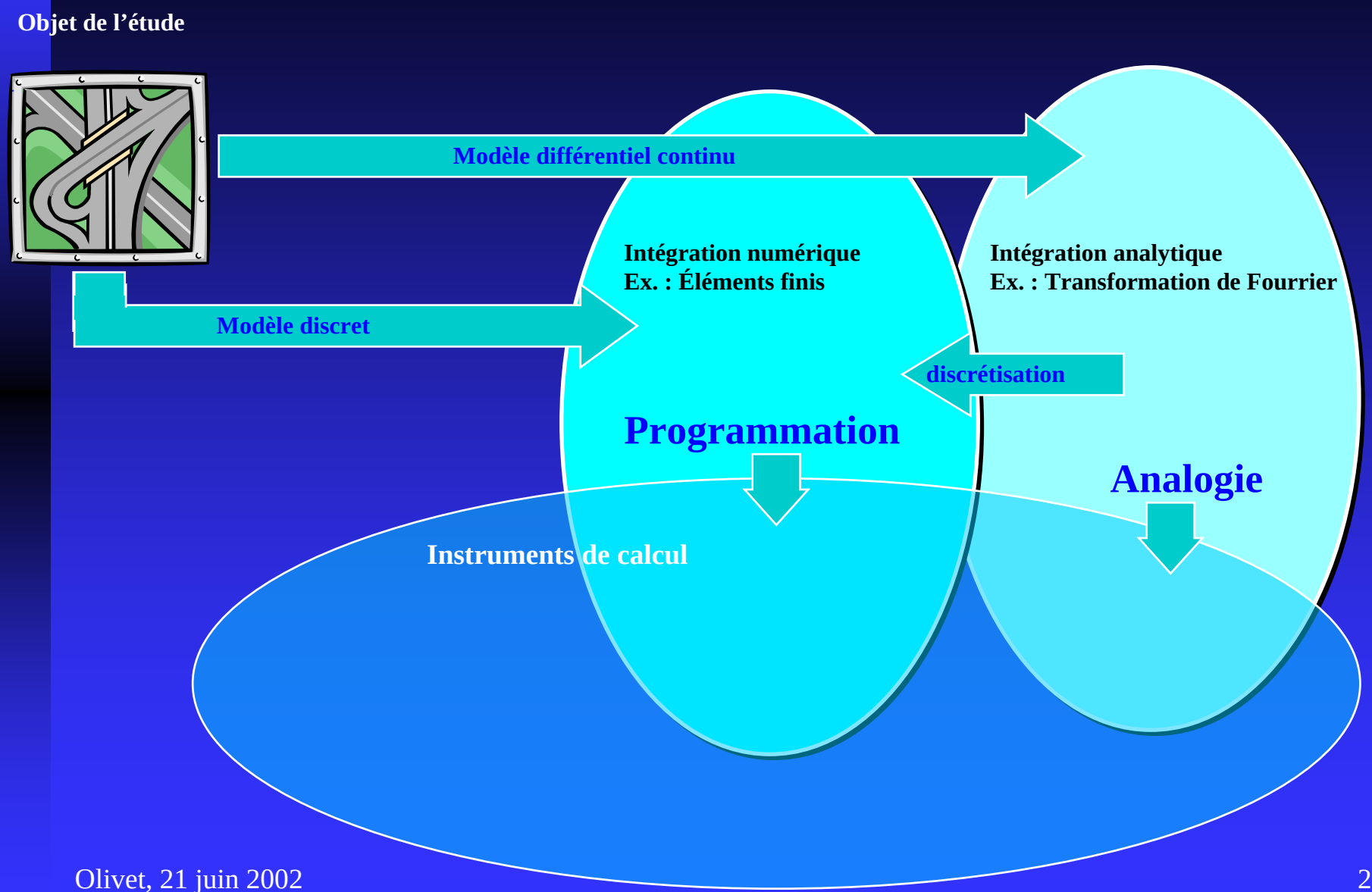
Modèle discret

Intégration numérique
Ex. : Éléments finis

Intégration analytique
Ex. : Transformation de Fourrier

discrétisation

Place des planimètres dans les techniques d'intégration.



Place des planimètres dans les techniques d'intégration.

Objet de l'étude

Modèle différentiel continu

Modèle discret

Intégration numérique
Ex. : Éléments finis

Intégration analytique
Ex. : Transformation de Fourrier

discrétisation

Programmation

Analogie

Calculateurs hybrides

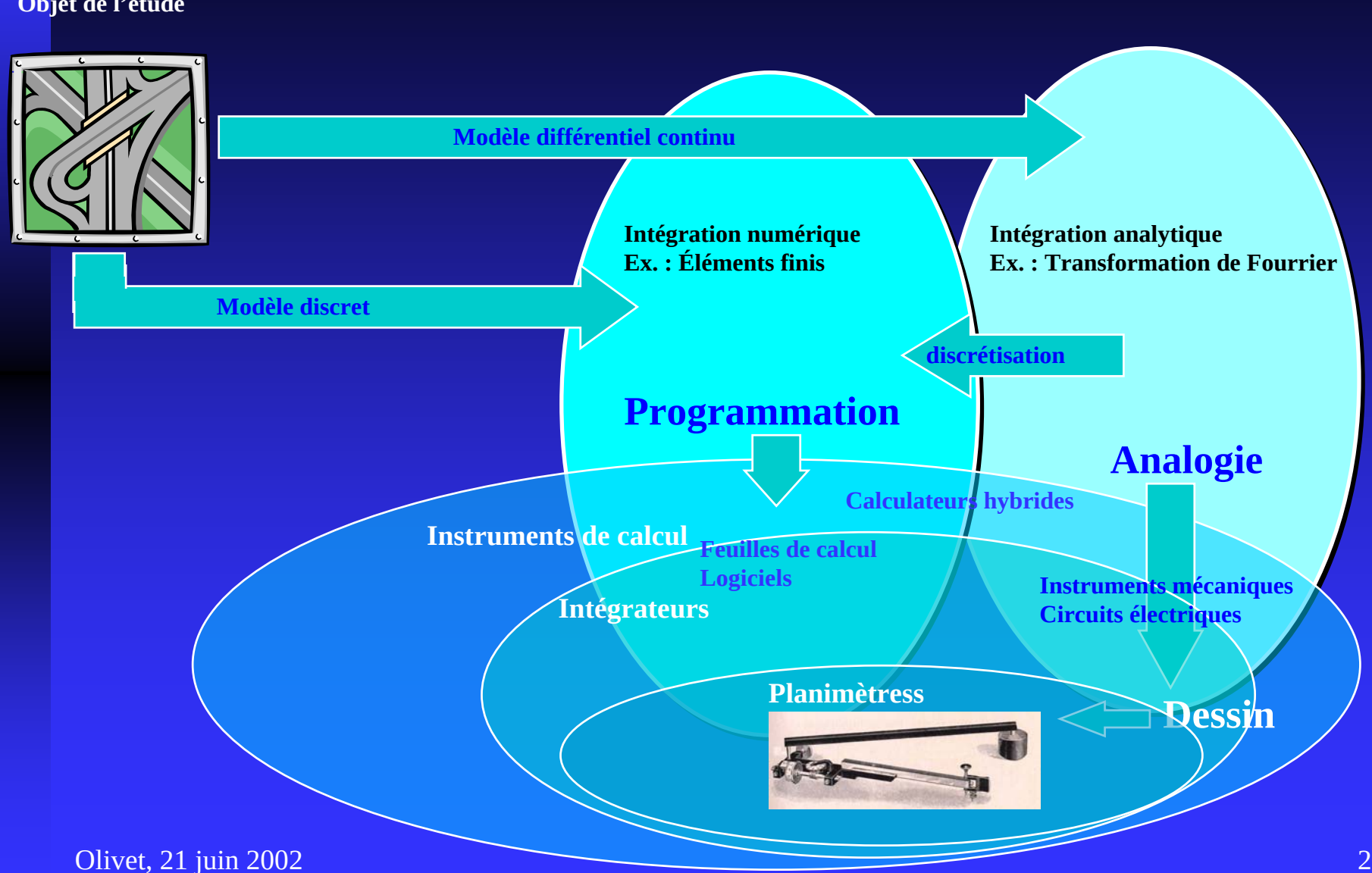
Instruments de calcul

Feuilles de calcul
Logiciels

Intégrateurs

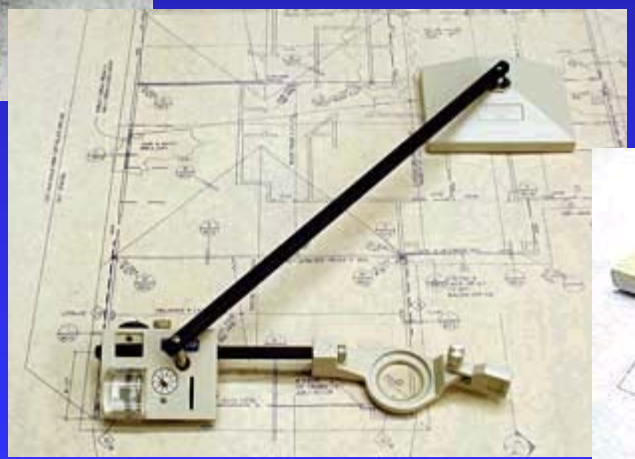
Instruments mécaniques
Circuits électriques

Place des planimètres dans les techniques d'intégration.



LASICO

Mechanical Polar Planimeter Models Series 10, 20 and 30



Merci de votre attention...

Questions ?