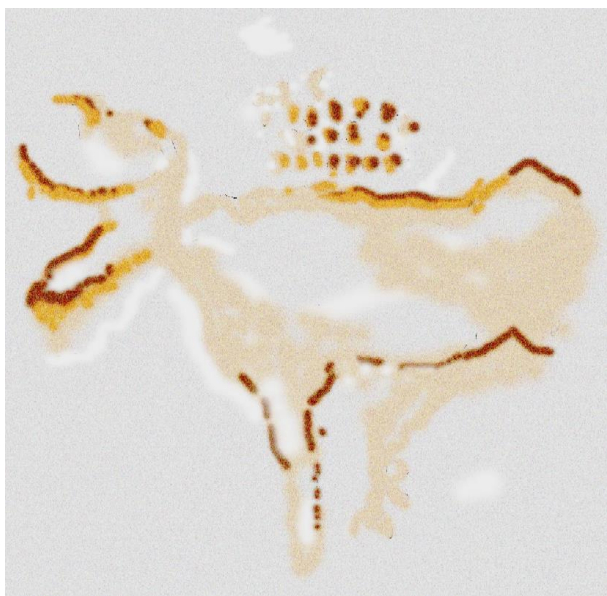


Les tables, 1^e partie : les tables arithmétiques banales¹

Serge Savovsky, Dr ès Sc

ndlr : Dans le texte, les chiffres romains renvoient vers la bibliographie et les extraits d'inventaire, les chiffres arabes vers les notes de bas de pages.

Un grand merci à la Bibliothèque Municipale André Malraux de Chartres pour l'autorisation rapide d'insérer une table issue d'un manuscrit appartenant à son fonds et rédigé il y a huit ou neuf siècles par Thierry, notable de la ville. Pour l'époque contemporaine, un grand merci également à « Auchan »².



1. Une origine lointaine et hypothétique, 23650±800BP. Croquis approximatif d'un cervidé. L'art des cavernes, v, p.III, pp.595/599.

Ainsi, quels liens relient la fresque de la grotte de la Tête du Lion (fig. 1) et cette carte abondamment distribuée par un commerçant à sa clientèle (fig. 2) ? Apparemment aucun. Et pourtant nulle solution de continuité n'apparaît paradoxalement dans la suite innombrable d'objets de toutes époques, liés dans le temps en une sorte d'écheveau continu entre ces deux extrêmes. En fait les tables arithmétiques, communément nommées barèmes, sont issues de la nécessité de mémoriser des connaissances utiles aux activités des humains qui les produisirent ; multiformes, elles semblent parfois éloignées de l'idée que l'on se fait des tables numériques, en particulier de celles du sieur Barreme qui les popularisa ; elles portent toutefois toutes la marque d'un effort continu pour structurer des connaissances acquises et enregistrées.

L'auteur, praticien du calcul et non pas historien se trouve bien embarrassé de ces prémices ; alors ce qui suit est une interprétation hasardeuse et toute personnelle de l'histoire, fondée sur l'examen de nombreux documents et objets relatifs à ce sujet. Que les lecteurs ne manquent surtout pas d'exprimer leurs observations.

AVANT-PROPOS

Parler de vieux papiers dans une Association vouée aux arts mécaniques est un tant soit peu provocant ; mais, pardonnons cet anachronisme : les tables arithmétiques sont les plus vieux instruments fabriqués de la bureautique.

Suggérée par un propos de déjeuner au cours de notre réunion du 22 juin à Olivet, cette communication semblait dans l'euphorie du moment, comme une ballade historique, plaisante et facile. À peine plongé dans sa bibliothèque, l'auteur mesura rapidement l'inconséquence de cette vision : l'histoire des tables de calcul semble débiter dans la nuit des temps sans que nous sachions exactement quand, où et comment.



2. Conversion d'Euros en Francs, petit barème de poche, Auchanien récent, 2BP. Coll. SS.

1 INTRODUCTION

Cette première partie forme une sorte de généalogie des tables que nous qualifions de banales, c'est à dire essentiellement consacrées aux activités de la vie courante, activités pour lesquelles il arrive parfois d'avoir besoin d'une petite assistance pour obvier une défaillance de mémoire ou de savoir. Dans les méandres de l'histoire, nous y trouverons, le plus souvent, l'une ou l'autre des quatre opérations élémentaires de l'arithmétique. Toutefois, sont exclues de cette étude les tables scientifiques et techniques, de même les objets qui ne seraient ni manuscrits ni imprimés. La distinction entre ces familles est souvent incertaine et fluctuante selon les époques et les sociétés.

1 Version actualisée d'une monographie publiée dans la revue Arts Mécaniques de l'Association Nationale des Collectionneurs de Machines à Écrire et de Machines à calculer Mécaniques.

2 Le droit en matière de propriété intellectuelle est draconien mais peu évident à appliquer parfois. Alors, les réponses immédiates et simples sont grandement appréciées.

Toute table est une collection structurée de connaissances enregistrées ; cette définition vaut quel que soit le formalisme exprimant ces connaissances et leur structure. Or, on retrouve des objets répondant à cette définition partout, en grande variété et à toutes époques ; chaque découverte qui pourrait être considérée comme l'exhumation d'un ancêtre absolu est, tôt ou tard, effacée par la découverte d'un prédécesseur moins élaboré, certes, mais conceptuellement proche... Et ainsi de suite en remontant sans cesse dans le passé.

Nous devons alors explorer les époques préhistoriques autant que les plus récentes : rien ne s'oppose en effet à ce que la production de tables soit antérieure aux premiers objets déchiffrés et reconnus indubitablement comme tels. La seule certitude que nous ayons est que certains objets préhistoriques aujourd'hui incompréhensibles furent probablement conçus pour être des tables et constituent, sans que nous le percevions, les premiers balbutiements malhabiles de leur histoire. Cette certitude justifie une incursion jusqu'au plus lointain passé.

Un chapitre « **Préhistoire** » précède donc les chapitres « **Antiquité** », « **Époque archaïque** », « **Époque moderne** », découpant en étapes arbitraires l'évolution des tables. La Préhistoire concerne classiquement les objets produits par les sociétés sans écriture connue permettant d'étudier le contexte socio-économique de cette production et de l'interpréter infailliblement. L'Antiquité concerne des sociétés disparues mais ayant disposé d'une écriture permettant d'étudier et comprendre les objets qu'elles nous ont laissés. L'Époque archaïque et l'Époque moderne concernent les sociétés toujours existantes, avant et après l'apparition de l'imprimerie. Chacune de ces époques est approximative, d'autant plus que ce qui les délimite, comme l'apparition de l'écriture ou celle de l'imprimerie, varie d'une contrée à l'autre.

Ces chapitres sont lisibles dans un ordre quelconque, selon les goûts de chacun. Signalons en outre, dès à présent, l'abondance de références historiques à toutes époques, sur notre sujet, dans l'étude de R. Mehmke (xxxii) et dans sa traduction par M. d'Ocagne (xxxix).

2 PRÉHISTOIRE



3. Ganties-Montespan, Magdalénien ancien (12000BP ?). Croquis approximatif d'un équidé. *L'Art des cavernes*, v, pp. 438/445.

Les tables constituent des instruments simples, voire rudimentaires. Elles sont probablement, après les mains, les outils les plus anciens au service d'une espèce humaine particulière : le calculateur³.

Reconnaître qu'un objet est une table nécessite évidemment d'en appréhender préalablement le contenu et la structure ce qui, parfois, est loin d'être évident : la signification de nombreux vestiges examinés étant perdue, vraisemblablement à tout jamais, ou restant sujette à controverse, il est difficile de savoir si certains d'entre eux furent élaborés comme des tables ou non ; cette difficulté croît évidemment avec leur ancienneté. Par conséquent, admettre leur antériorité à tout texte les décrivant signifie qu'existe, pour cette classe d'instruments, une préhistoire avec toutes ses incertitudes.

Toute table possède une structure car, par définition, c'est une collection organisée – plus ou moins correctement – d'enregistrements de connaissances. Le

concept de structure est omniprésent dans toutes les sciences et particulièrement en mathématique. C'est un concept fécond et l'on peut s'interroger sur la possibilité de l'imaginer en l'absence d'écriture pour le définir. Or, il semble bien que tout concept préexiste dans l'imagination d'un penseur avant d'être exprimé, exploité et communiqué. Si dans notre société moderne, amplement pourvue de moyens efficaces d'expression, cette antériorité est faible au point de considérer que les concepts naissent sous la plume ou dans le clavier de l'ordinateur, il convient de garder à l'esprit cette préséance de la pensée pure sur l'écrit : Socrate pensait puis dialoguait, enfin le disciple Platon notait...

Ces remarques de simple bon sens impliquent que la pensée mathématique pût naître dans les sociétés préhistoriques en l'absence de moyens élaborés pour l'exprimer. En particulier, si le concept de structure ne fut étudié et convenablement formalisé qu'à une époque récente, il intervint certainement à des époques reculées et vraisemblablement par instinct, pour conduire la pensée humaine et organiser ses produits. Il convient alors d'examiner la nature des premiers concepts structurant la pensée et leurs effets dans les productions humaines avant l'invention de l'écriture⁴ : la préhistoire des tables en résulte.

3 Espèce qui apparut dès lors qu'un individu eut l'idée de composer des figures avec des cailloux, des points, etc...

4 L'écriture ne fut elle même possible que grâce à cette faculté humaine de structurer la pensée.

2.1 Émergence préhistorique des premières tables : mythe ou réalité ?

Les mathématiciens considèrent usuellement trois familles de structures : les structures topologiques, les structures ordonnées, les structures algébriques. Certains les nomment les « structures mères » de la mathématique, en dépit du fait que chacun de ces trois pluriels désigne ici une famille de concepts structurants et non point une structure générale. Malgré leurs aspects théoriques, rébarbatifs mais fondamentaux pour la mathématique, ces concepts sont compréhensibles intuitivement plus facilement qu'on ne le pense car naturels.

Structures topologiques : faculté d'associer

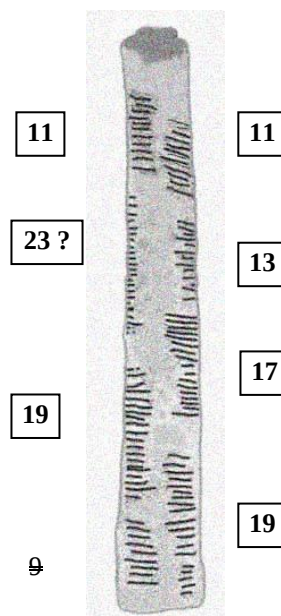
Ce sont les plus abstraites et leur étude formelle ne débuta que tardivement ; Leibniz fut vraisemblablement l'initiateur de ces recherches⁵¹. Intuitivement, ces structures s'intéressent aux propriétés de voisinage existant entre des objets abstraits en mathématique pure ou concrets en mathématique appliquée. Le concept de voisinage s'applique ainsi à toutes sortes d'entités du monde abstrait ou du monde réel pour leur étude : on sait définir des structures topologiques pour des espaces vectoriels aussi bien que pour l'ensemble des gares du réseau de la S.N.C.F.⁵.

L'usage de la topologie dans des travaux de modélisation nécessite un arsenal formel sophistiqué, d'apprentissage ardu. En outre, en dehors de cas triviaux, les structures topologiques se prêtent mal à des représentations graphiques. Conséquemment, l'idée qu'une structure topologique quelconque puisse être sous-jacente à des collections d'objets préhistoriques en les structurant est une hypothèse pour le moins hardie⁶.

Chacun de nous mémorise naturellement des connaissances. Des mathématiciens touche à tout se sont aventurés à imaginer des modèles pour ces collections mentales ; loin d'être farfelu, le but de cette aventure est sérieux : il s'agit d'élaborer des procédés d'intelligence artificielle, simulant le fonctionnement de la pensée humaine, à l'aide d'ordinateurs dont la structure est totalement étrangère à celle d'un cerveau. Il ressort de leurs recherches que les structures topologiques sont satisfaisantes pour l'élaboration d'un bon nombre de ces modèles. Rappelons qu'un modèle n'est pas la réalité ; mais lorsqu'un modèle donne satisfaction, alors son auteur peut estimer qu'il s'approche de la réalité même s'il n'a aucun espoir de l'atteindre complètement. L'hypothèse qu'une collection mentale de connaissances bénéficie, naturellement et à notre insu, d'une structure topologique fondée sur des voisinages de significations devient alors licite. Par exemple, un collectionneur qui amasse des objets ayant un air de famille est un Monsieur Jourdain pratiquant la topologie sans le savoir. Nous pouvons ensuite raisonnablement suggérer que cette organisation naturelle de nos pensées imprègne tout aussi naturellement l'organisation de leurs expressions, peintures, gravures ou tous autres objets, même chez nos plus lointains ancêtres.

Il en fut probablement ainsi des figures pariétales, gravées, peintes ou sculptées, pour des raisons que les archéologues s'efforcent d'identifier ; ils y parviennent parfois. Si ces figures possèdent une signification, elles constituent alors l'enregistrement de connaissances souvent perdues. Or, il existe également des amas sans structure apparente de figures similaires ; si chaque élément d'un tel amas est porteur d'une signification, ce qui précède autorise l'hypothèse que l'amas résulte d'associations mentales fondées sur la perception de propriétés voisines attachées à ces éléments⁷. La structure de l'amas est topologique par construction. Rappelons que l'inconvénient fréquent de ces structures, lorsqu'elles existent, est leur discrétion⁸. Ces amas seraient alors des enregistrements de connaissances, primitifs mais instinctivement structurés. Ils constitueraient les premières tables de connaissances construites par des humains... sans que l'on connaisse aujourd'hui avec certitude leur raison d'être.

La fresque précitée de la Grotte de la Tête du Lion, âgée d'environ 24000 ans (fig. 1) illustre ce qui précède. Un cervidé est surmonté par une collection de points. Si ces points eurent une signification pour le dessinateur alors ils constituèrent des enregistrements et leur association forme une table. Une autre fresque (fig. 3) dans la grotte de Ganties-Montespan, âgée d'environ 12000 ans et différente, inspire les mêmes réflexions. Les points ne sont plus dessinés mais poinçonnés systématiquement à l'intérieur de l'animal sculpté ; l'instinct du voisinage est encore perceptible malgré le désordre, d'autant mieux que la forme de ces marques laisse supposer qu'elles furent exécutées à des moments différents et probablement par des individus différents mais ayant une



4. Os d'Ishango (Zaire), 9000/6500 BC. Probablement l'une des premières tables de l'humanité. Croquis approximatif partiel de ce qui semble être une collection de nombres premiers (9 exclu)¹¹.

5 Une telle structure pour la S.N.C.F. est probablement sans intérêt ; pour un professeur qui aborde la présentation de la topologie générale elle permet de montrer que le plus court chemin entre deux points du réseau ferroviaire n'est pas forcément celui de la ligne droite...

6 La situation de retraité, laquelle éloigne l'auteur de la rudesse de confrères chercheurs concurrents et vindicatifs, privilégie ce genre de fantaisie.

7 Dans un autre ordre d'idées, le collectionneur qui amasse des objets « voisins » selon ses critères de choix a bien un comportement instinctivement topologique ; la classification de chaque objet acquis intervient ensuite et nécessite une réflexion qui n'est plus un comportement inné.

8 Les images fractales devenues courantes au XXe siècle en sont l'illustration.

culture commune⁹. Il est possible que nous ayons là, probablement, deux exemples de tables parmi les plus primitives. Dans le même esprit, les entailles sur un bois de renne, sur un os ou tout autre support, les traits sur un galet furent également des tables, à la condition évidemment que les figures aient eu une signification pour celui qui les fit, ce qui est probable.

Structures ordonnées : faculté de ranger

Ces structures sont moins naturelles dans nos modes de pensées alors qu'elles sont omniprésentes dans les modes de fonctionnement des ordinateurs. Mais le cerveau humain semble apte, par apprentissage, à imaginer aisément ces structures pour les collections qu'il crée. L'observation de l'environnement suffit à suggérer le concept d'ordre : la succession des jours, des saisons, les générations d'une famille, la hiérarchie dans un clan, les branches d'un arbre, etc. Remarquons que l'hypothèse du paragraphe précédent est cohérente avec cette affirmation : il est possible de construire des structures d'ordre à partir de structures topologiques et réciproquement.

Les poinçons de la grotte de Ganties-Montespan suggèrent une intention, probablement magique, mais ne sont pas ordonnés. Les marques de la tête du Lyon, bien antérieures, sont par contre intelligibles mais révèlent un ordre, lequel doit être intentionnel même s'il semble malhabile. Rappelons à ce propos que de tels amas rangés de points, en se perfectionnant au fil des siècles notamment en Grèce, furent à l'origine de la numération figurée et de nombreux théorèmes de l'arithmétique.

La certitude devient une forte présomption lorsque des suites de traits ou d'entailles à peu près uniformes apparaissent séparées par des figures plus longues ou des espaces. Ainsi, un os gravé découvert à Ishango au Zaïre (fig. 4) présente des entailles dont la répartition témoigne d'une volonté de rangement¹⁰ ; la volonté de structure ordonnée est alors indéniable. Cette disposition a intrigué des chercheurs qui reconnaissent là un enregistrement de connaissances. Des interprétations ont même été proposées ; l'une d'elles est hardie : il s'agirait d'enregistrements de nombres premiers¹¹ ! Une autre plus prudente considère qu'il s'agit de l'enregistrement de lunaisons. Quelle que soit l'interprétation, cet objet est indéniablement une table et même une table déjà « évoluée » ! Remarquons qu'après plusieurs millénaires, les collections de traits dans chaque case d'une feuille de vote représentant les voix recueillies par un candidat lors d'un scrutin perpétuent ce genre de tables.

René Taton cite d'autres exemples d'objets portant des groupes d'encoches, en particulier un radius e loup, découvert en Moravie, sur lequel les encoches groupées par cinq suggèrent fortement une volonté d'enregistrer des résultats¹².

Structures algébriques : faculté de composer

Créer c'est composer de nouveaux concepts sur des connaissances antérieurement acquises et d'exprimer ces opérations. Analyser cette faculté est hors du cadre de cette note. Deux hypothèses en suggèrent néanmoins l'intérêt pour cette étude.

Il est possible que l'association d'un point symbolisant un coup et d'un dessin représentant un animal ait représenté un concept tel que : « espoir de chasse » ou « gibier abattu ». Dans le cadre de cette hypothèse, les dessins pariétaux présentés (fig. 1 et 3) pourraient être rangés parmi les premiers balbutiements de l'histoire des tables. Dans tous les cas, c'est de cette manière que naquirent les écritures pictographiques puis idéographiques, ce qui nous conduit à l'aube de l'écriture donc de l'histoire¹³.

9 Art des cavernes, v, pp.438/445.

10 Ce monument archéologique (une dizaine de cm) est conservé à l'Institut des Sciences Naturelles de Belgique. Différents sites Internet lui sont consacrés.

Publié dans *Scientific American* : Heinzelin, xviii.

11 Fauvel, xi, pp.3/7. L'homme néolithique qui a gravé cet os aurait reconnu l'existence de nombres premiers ! Est ce possible ? Réflexion faite oui : plutôt que la primarité du nombre, concept qu'il ignorait, il lui aurait suffi de constater que, curieusement, certains groupes de traits ne pouvaient être partagés en groupes plus petits et tous égaux. Intrigué, il aurait alors gravé ces étranges groupes pour s'en souvenir et formé ainsi sans s'en douter, une table de nombres premiers.

Soulignons que le décompte des traits est délicat, éventuellement contestable ; cela nuit évidemment à la crédibilité de l'hypothèse. Le décompte de la figure est de l'auteur ; il diffère parfois de ceux proposés dans d'autres publications. Il reste enfin qu'autrefois, l'erreur de saisie était tout aussi possible qu'aujourd'hui.

À une époque où l'équité des partages avait une importance vitale, l'impossibilité de former des parts égales fut certainement constatée à de nombreuses reprises et suscita vraisemblablement l'invention des fractions.

12 Taton, *xlvi*, pp.10/11.

13 La date de cette aube fluctue avec les contrées. Une anecdote est significative à cet égard.

Visitant un site indien près d'Albuquerque au Nouveau Mexique j'eus la chance de pouvoir examiner une collection de pictogrammes gravés sur les blocs magmatiques formant l'escarpement frontal d'une coulée de lave à l'ouest de la ville. La chance amena également une rencontre avec un universitaire qui étudiait ce site et eut l'amabilité d'en commenter certains objets. Chaque pictogramme avait une signification, assez floue, et les associations de pictogrammes une nouvelle signification distincte de celles de ses éléments : une sorte de phrase. Ces pictogrammes étaient récents : quelques siècles. Ils marquent cependant la fin d'une préhistoire locale en prouvant l'émergence d'une écriture. Les significations des pictogrammes et de leurs combinaisons, significations toujours floues pour un homme moderne se transmettaient entre les générations successives. Cette connaissance est à peu près perdue aujourd'hui, au désespoir de l'universitaire toujours en quête d'un ancien qui en conserverait quelques bribes. L'intérêt de ce site est de marquer la volonté qu'eurent certains individus d'enregistrer leur savoir dans une sorte de table ayant la dimension d'une falaise de plusieurs centaines de mètres de développement ! À mon désespoir pour cette monographie, ce n'est certainement pas une table de Pythagore mais vraisemblablement et plus prosaïquement des recettes pour la vie quotidienne : trouver de l'eau, du gibier, etc. Toujours pour l'anecdote, symétriquement à ce site archéologique par rapport au Rio Grande,

Ensuite, il est de nouveau possible que certains ancêtres avisés aient cherché à dépasser le cadre limité de la combinaison de quelques faits isolés pour généraliser et atteindre la conception de relations plus exhaustives entre familles de connaissances similaires. Pour réussir, il leur fallait des moyens d'expression plus évolués ; ils les imaginèrent ; ce fut l'écriture et la fin de la préhistoire, donc la fin de ce chapitre.

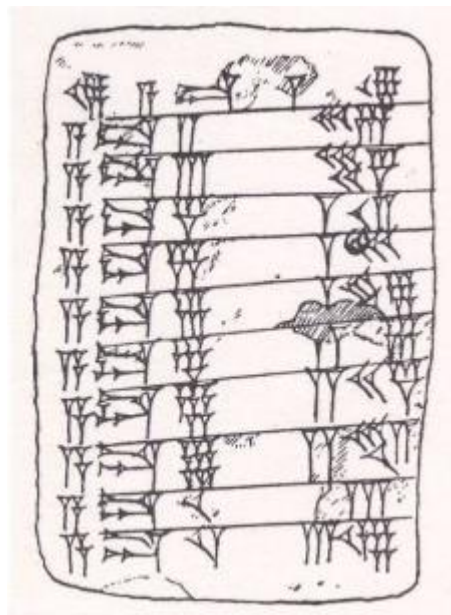
3 ANTIQUITE

L'histoire s'écrit dès qu'existe un contexte, dans une langue déchiffrée, permettant d'étudier la vie quotidienne de civilisations éteintes dans le site considéré ; grâce à cette documentation, la spéculation, omniprésente dans le chapitre précédent, s'efface ici devant l'analyse : dans le cadre de cette note, il devient possible de reconnaître objectivement des collections organisées d'enregistrements de connaissances, donc des tables.

La richesse de l'histoire des tables et le cadre restreint de cette note nous invitent à privilégier quelques contrées du bassin méditerranéen, berceau de notre civilisation.

3.1 Mésopotamie

« L'histoire commence à Sumer » ; dans cet ouvrage (xxiv) et ses éditions successives, Samuel N. Kramer décrit les découvertes archéologiques au Moyen Orient, principalement dans le bassin du Tigre et de l'Euphrate. Durant plusieurs millénaires, des peuples s'y succédèrent, depuis l'époque des nomades issus du néolithique jusqu'aux temps modernes¹⁴. Les Sumériens furent les plus remarquables : avec eux, bien avant les Égyptiens, débuta l'histoire écrite de notre monde méditerranéen. Ils occupèrent ce pays approximativement entre 3500 et 2300 avant J.-C. D'autres peuples ensuite s'y succédèrent, se mêlant plus ou moins à leurs prédécesseurs mais récupérant toujours leurs acquis.



5. Table de multiplication. 3350BP. 18 multiplié par 1, 2, 3, etc. 11. Par exemple, tout en bas à droite apparaît, au prix d'une courte réflexion et à la condition de connaître la signification des coins, le résultat de : 11×18 soit $3 \times 60 + 10 + 8$. Transcription due à Menninger, xxxiii, p.167.

La sédentarisation, puis l'apparition de cités souvent théocratiques, puis de royaumes groupant plusieurs cités, entraînèrent la nécessité d'imaginer et de développer des moyens de gérer les biens produits ou conquis et accumulés ; ainsi naquirent conjointement le calcul et l'écriture, essentiellement en réponse à des besoins comptables. Cette histoire que de continuelles découvertes archéologiques permettent de préciser de jour en jour est contée par ses spécialistes, les sumérologues.

Les sociétés qui se sont ainsi succédées dans cette contrée nous ont laissé des trésors d'enregistrements de toutes sortes¹⁵, témoins de l'évolution de l'écriture et du calcul, depuis leur émergence à la fin du Néolithique jusqu'à notre ère. Des lignées d'inventaires, de bordereaux, de pièces de comptabilité ou d'arpentage, d'exercices de comptables ou de géomètres, tissent les liens successoraux entre les graphismes les plus lointains directement issus de la préhistoire, supposés être des actes de propriété, jusqu'à des formes de tables proches de nos habitudes. Cette généalogie, impossible à retracer en quelques pages, est heureusement l'objet d'ouvrages magistraux¹⁶.

Nous devons maintenant relever un concours de circonstances local mais remarquable. Le calcul, même dans ses aspects considérés aujourd'hui comme les plus simples, nécessite de la part des calculateurs la connaissance de procédés opératoires¹⁷ ; c'est le cas des quatre opérations de l'arithmétique. À cet effet, les calculateurs modernes, travaillant en numération décimale, utilisent les tables élémentaires apprises par cœur dans leur enfance : le produit de deux nombres quelconques est décomposé en une somme de produits partiels effectués grâce à ces tables mémorisées. Cet effort de mémoire

est concevable pour le système décimal, il le serait pour le système duodécimal, il l'est encore pour le système de base seize assez utile en informatique. Or, les calculateurs sumériens utilisaient un système de position sexagésimal, c'est à dire de base 60, avec une notation fondée sur l'usage de seulement deux signes représentant l'unité

existent les laboratoires de recherche militaire et nucléaire de Sandia, lesquels possèdent une bibliothèque riche de tables scientifiques bien lisibles. On passe ainsi de la préhistoire à l'histoire contemporaine en franchissant un pont. L'aube de l'histoire, est bien récente dans ce cas.

14 Caratini, ix, pp.39/61.

15 Lafont, xxv.

16 En particulier : Ifrah, 1981, xx, pp.160/212.

17 Le mot algorithme qui les désigne désormais leur est postérieur.

et la dizaine (fig. 5), 10 étant considéré comme une base annexe, le tout sans zéro^{18, 19} ! Cela signifie que l'interprétation des nombres écrits dans ce système inachevé de position, nécessitait de tenir compte du contexte pour fixer l'ordre de grandeur, surtout lorsque le zéro aurait dû occuper la place de poids le plus faible²⁰ ; pour les places intermédiaires un espace était utilisé, ce qui pouvait être ambigu. Cet usage de la base 60 même accompagnée de la base 10 comme auxiliaire est exceptionnel. Plusieurs explications furent proposées pour ce choix ; hors du cadre de cette note, disons simplement qu'elles restent toutes hypothétiques. La seule certitude est l'adéquation de ce système de numération avec les systèmes de mesures de ce pays ; nous sommes les lointains héritiers de certains aspects de leurs méthodes de mesurage : la division du cercle en 360 degrés en est un exemple.

Les calculs avec un tel système étaient laborieux : un calculateur capable de retenir par cœur cinquante neuf suites de cinquante neuf opérations chacune, puis de les utiliser dans les conditions précitées, serait en tous temps considéré comme une curiosité. L'enregistrement de ces opérations élémentaires en tables fut donc en Mésopotamie une nécessité immédiate et impérieuse.

Les tables les plus usuelles furent des tables de multiplication (fig. 5) ; cependant les archéologues ont également retrouvé en moins grand nombre et déchiffré^{19, 21} des tables d'inverses, d'inverses de produits, de carrés²², de cubes, de racines carrées et de racines cubiques²³. La production de ces tables s'échelonne sur plusieurs siècles ; par leur homogénéité et en dépit de perfectionnements apportés dans les notations, elles témoignent cependant de la persistance des connaissances sumériennes en arithmétique, à travers les brassages ultérieurs de populations ; il est remarquable que durant des siècles, certaines tables apparaissent continuellement rédigées dans une forme archaïque de l'écriture sumérienne, coutume analogue à l'usage persistant du latin par les scientifiques européens. Les premières des tables exhumées sont antérieures à 2300 av. J.-C., ce qui permet de supposer qu'elles sont issues de l'époque sumérienne et que d'autres plus anciennes restent peut-être encore à découvrir.

Ces tables numériques usuelles étaient en outre les auxiliaires indispensables de tables de problèmes décrivant des exemples à imiter ou des procédés pour résoudre des problèmes courants, par exemple des calculs de surface. Cette association, entre des tables de problèmes et des tables numériques auxiliaires, apparue de manière certaine à cette époque est toujours présente : nous la retrouverons ultérieurement et même à notre époque²⁴.

Les calculateurs sumériens et leurs successeurs possédèrent donc ces tables, non pas pour les mémoriser une fois pour toutes durant leurs années d'école, mais pour les exploiter tout au long de leur vie professionnelle. Ce furent les premiers instruments de calcul incontestables de notre monde méditerranéen qui nous soient parvenus²⁵. Geneviève Guitel propose une description de la manière dont ces tables étaient construites selon les nécessités puis utilisées²⁶.

Il reste maintenant un fait remarquable, en dehors de l'objet de ce texte ; nous y reviendrons dans une autre communication mais il mérite d'être signalé dès à présent en raison de son importance. Outre les tables précitées, les archéologues exhumèrent des tables de fonctions : exponentielles et logarithmes ! En petit nombre et fort rudimentaires, elles n'eurent vraisemblablement aucune utilité pratique à l'époque de leur invention ; mais cela signifie que quelques calculateurs génialement imaginatifs dépassèrent l'aspect pratique de l'usage domestique des nombres pour étudier par pure curiosité certaines de leurs propriétés abstraites. L'invention mathématique existait donc en Mésopotamie, durant le troisième millénaire avant Jésus-Christ.

3.2 Phénicie

Les Phéniciens furent considérés par l'historien grec Strabon comme les premiers arithméticiens de l'univers ; leur réputation d'habiles commerçants motivait cette appréciation. Au XVIII^e siècle, dans son histoire des mathématiques, Montucla²⁷ citant Strabon reprend cette affirmation. Il estime en outre que les sociétés les plus riches et les plus commerçantes durent certainement développer des « *procédés abrégés pour soulager l'esprit dans les supputations un peu compliquées* » ; cette déclaration laconique est malheureusement muette sur l'usage éventuel dans cette contrée, de tables arithmétiques, objets de cette note.

Les découvertes ultérieures en Mésopotamie montrèrent que les Phéniciens ne furent que les continuateurs en arithmétique de techniques plus anciennes, leurs prédécesseurs étant les Sumériens. Ces derniers ne sortirent de l'oubli que bien après l'achèvement de l'ouvrage de Montucla : cela montre qu'un inventaire historique

18 Lequel apparaîtra dans les tables cunéiformes à l'époque de l'occupation de la Mésopotamie par les Perses Séleucides selon Sarton (xlii, p.69), vers le 6^e siècle B.C. selon Menninger, (xxxiii, p.167).

19 Rappelons que l'étude des tables numériques ne fut possible que grâce au prodigieux travail de décryptage des langues exprimées dans les différents systèmes cunéiformes.

20 Menninger, xxxiii, p.167; Sarton, xlii, p.69. En fait cette situation incommode n'a rien d'extravagant ; rappelons qu'un calcul sur une règle logarithmique nécessite toujours une telle interprétation.

21 Boyer, vii, p.34 et suivantes.

22 Par la suite, les tables de carrés et de quarts de carrés furent utilisées pour la multiplication selon la formule : $xy = 1/4((x+y)^2 - (x-y)^2)$; l'usage de cette méthode dans l'Antiquité est hypothétique dans l'état actuel de nos connaissances.

23 Caratini, ix, p.155, Sarton, xlii, p.70.

24 En 1982, une exposition au Grand Palais présenta quelques exemples fort bien conservés de ces tables : Réunion des Musées Nationaux, xii, pp.243/245.

25 Caratini, ix, p.146 ; Menninger, xxxiii.

26 Guitel, xv, pp.347/352, pp.538/539.

27 Montucla, xxxiv, pp.46/47.

n'est jamais assurément définitif, surtout dans le domaine scientifique où les trouvailles sont parfois rares.

3.3 Égypte

Les Égyptiens accaparèrent vraisemblablement les acquis mésopotamiens grâce aux échanges commerciaux qui existaient déjà. Ils produisirent également des tables de problèmes et des tables numériques auxiliaires pour la résolution de ces problèmes. À leur avantage, leur mode d'écriture sur papyrus plus commode que l'écriture cunéiforme sur des tablettes d'argile, leur permit de construire et de diffuser des tables plus étendues que leurs prédécesseurs du Moyen-Orient. Le papyrus Rhind, célèbre parce qu'il forme une somme des connaissances mathématiques égyptiennes, présente ainsi une table de problèmes : calcul de hauteur, surface, volume, etc., et une table de division de 2 par des nombres entre 3 et 101²⁸. Les tables de calcul apparaissent là également comme des auxiliaires de tables de problèmes.

3.4 Grèce

Les Grecs pratiquaient la géométrie et l'arithmétique et leurs mathématiciens sont célèbres ; néanmoins, ils n'aimaient guère le calcul considéré comme une nécessité vulgaire ; ils préféraient les spéculations abstraites. Ils ne nous ont laissé que très peu d'objets dans le domaine du calcul ; deux sont néanmoins fameux : la machine d'Antikitera²⁹ et la table de Salamine³⁰, ancêtre des *abacus*. Ces deux instruments sont hors du cadre de cette note mais il est utile de signaler le cousinage de l'*abacus* avec les tables numériques : ils procèdent tous deux de la volonté de structurer l'information, pour la traiter dans le premier cas ou l'archiver pour les secondes.

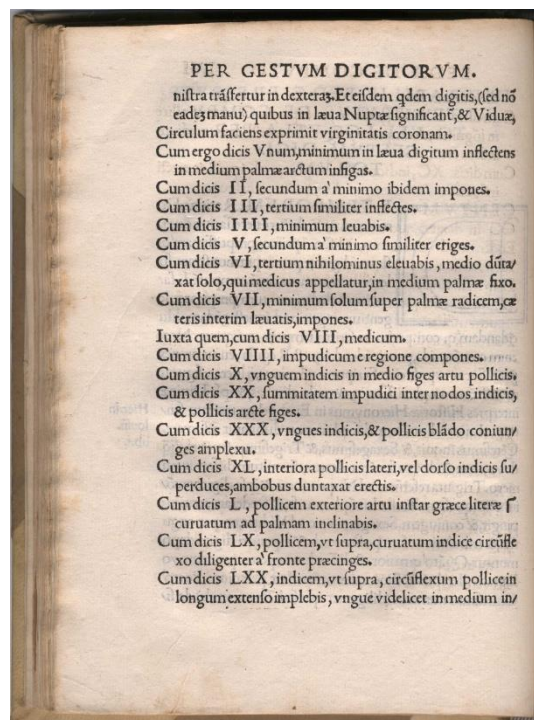
Un nom domine toutes les célébrités de la mathématique grecque : Pythagore³¹ (569-470BC) ; il est connu universellement pour la table de multiplication... qu'il n'a vraisemblablement pas inventée, au moins sous sa forme actuelle³² puisqu'il ne connaissait pas le système de numération décimale³³ ; en outre, quelques auteurs considèrent que ce personnage est un être mythique représentant en fait toute une école de penseurs.

Individu réel ou symbolique, Pythagore fit preuve d'un mysticisme qui influença profondément l'évolution de l'arithmétique. Il souhaitait une société dirigée par une aristocratie quasi sacerdotale, proche des théocraties qui existèrent au Moyen Orient et qu'il visita³⁴. Il considérait la science comme un instrument de pouvoir, ce en quoi il semble avoir raison, mais voulait lui donner le caractère d'une discipline réservée à des initiés, ce en quoi nous pouvons difficilement le suivre. L'arithmétique sous son égide fut donc étudiée et développée comme un instrument ésotérique de pouvoir pour des raisons mystiques et non plus essentiellement économiques.

Ce comportement, voisin de la pratique de la magie, se retrouve fréquemment en d'autres lieux et en d'autres temps : c'est la numérologie ; dans l'Antiquité, comme chez les Pythagoriciens, elle se confondait souvent avec l'arithmétique³⁵. Cette approche inhabituelle à notre époque d'une discipline considérée comme scientifique en son temps suscita tout de même de nombreux théorèmes classiques de son auxiliaire : l'arithmétique ; elle fut en outre à l'origine d'une lignée de tables cousines des tables numériques : les tables divinatoires.

4 ÉPOQUE ARCHAÏQUE

En Occident, l'invention de l'imprimerie sépare nettement cette époque de la suivante : la diffusion des connaissances, considérablement amplifiée, entraîna la diversification rapide de nombreuses techniques, parmi lesquelles le calcul. Notons toutefois que les témoignages de cette époque archaïque nous sont essentiellement



6. Compter avec les mains. Xe siècle. Bède le Vénérable, vi. Col. 55.

28 Naissance de l'écriture, xii, pp.314

29 Sydenham, xlvii, pp.206/207.

30 Heath, xvii, pp.49/51. Le Magasin Pittoresque, xxx, voit dans la Table de Salamine une aïeule du jeu de Tric-Trac.

31 Hofer, xix, pp.129/130.

32 Chasles, x, p.22. Au Moyen Âge, l'abacus était souvent désigné par : Table de Pythagore. L'attribution de ce nom à la table de multiplication provient vraisemblablement d'une confusion. Voir également M. d'Ocagne, xxxix.

33 Il y a quelques décennies Pythagore était connu de tous les écoliers avant tout autre mathématicien. La génération actuelle semble surtout connaître : Toshiba, Texas, Canon, etc. Que les écoliers modernes ne connaissent pas Pythagore n'est pas dramatique mais qu'ils semblent ne plus très bien connaître sa table est préoccupant.

34 Périsse, 1907, xl, pp.47/50.

35 La numérologie a toujours des adeptes au XXIe siècle mais, obstinée dans ses vieilles croyances, n'a plus grand chose de scientifique. C'est tout de même une mine inépuisable de curiosités numériques. Il existe des sites sur le WEB.

parvenus à travers l'époque suivante grâce à l'imprimerie qui en multiplia les images. En Orient, l'imprimerie, notablement plus ancienne, n'était certainement pas révolutionnaire à la même époque et le calcul traditionnel avec l'usage de l'*abacus*, fortement ancré dans de nombreuses classes sociales, s'y maintint plus solidement qu'en Occident et continue à s'y maintenir même face aux ordinateurs ; la transition entre les deux époques y revêt donc un tout autre aspect.

4.1 Occident

L'existence ancestrale de l'*abacus*, restreignit bien évidemment l'intérêt des tables de résultats comme instruments d'usage courant. L'outillage livresque était rare alors que n'importe quel banc, table ou coffre, couvert d'une bure et ainsi élevé au rang de bureau pouvait être utilisé comme support pédagogique pour l'apprentissage et la pratique du calcul avec jetons ; ces circonstances pesèrent fortement sur la vulgarisation de chacun des trois instruments de calcul alors connus : les mains, les jetons, la plume.

Les mains

Avant de calculer, il convient de savoir compter. Au Moyen-Âge, les techniques de calcul étaient l'apanage de spécialistes. Écrire, même, était réservé à quelques privilégiés ayant eu la possibilité d'apprendre et d'avoir ensuite les moyens de le faire : les supports, parchemin ou papier, étaient des produits coûteux. Cependant, communiquer un nombre par le geste et non pas par la parole pouvait être une pratique commode pour certaines professions, en particulier les marchands.

Bède, vivant au Xe siècle eut l'idée de fixer par écrit une table de gestes pour exprimer les nombres. L'intention de Bède de fixer par une table, une méthode de compter avec les doigts, était louable ; mais il fallait pour l'exploiter parler et lire le latin ; il existe une édition posthume simplement textuelle de 1525 (fig. 6). Avec l'imprimerie, de telles tables furent rééditées avec des figures ; ainsi la célèbre « *Summa de arithmetica* », monument de Luca Pacioli, imprimée en 1494³⁶, comporte une telle table et quelques autres.

Calcul avec jetons

Nous avons pris l'habitude, à l'époque moderne et en Occident, d'apprendre les tables élémentaires de calcul sous la forme de litanies profondément ancrées dans la mémoire après quelques années d'école ; par la suite, lorsqu'on effectue une opération quelconque sous les diverses formes que nous connaissons, le résultat de chaque opération partielle élémentaire vient sous la plume guidée instinctivement par la main matérialisant la pensée.

Autrefois, ce sont des gestes sur l'*abacus* qui furent mémorisés durant les années d'apprentissage³⁷ ; les collections mentales d'expressions gestuelles remplaçaient alors nos collections mentales d'expressions vocales : utilisant l'*abacus*, le résultat de chaque opération partielle était obtenu par des mouvements devenus instinctifs de la main, matérialisant la pensée sur les boules ou avec les jetons de l'instrument. Cette façon de procéder a disparu de nos habitudes en Occident. Elle existe toujours, de plus en plus tenace lorsqu'on se déplace vers l'Orient.

Ce procédé nécessita probablement des manuels d'apprentissage. Michel Chasles signale l'existence de tels documents pédagogiques, en particulier un manuscrit autrefois conservé par la Bibliothèque de Chartres³⁸,

7. Table de multiplication du XIIe siècle extraite du microfilm, copie du manuscrit de Chartres³⁸. Avant que le manuscrit soit réduit en morceaux ou en cendres, cette table fut peut-être la plus ancienne conservée en France. Remarquer l'utilisation des chiffres romains.

8. Table de multiplication du XIIe siècle contemporaine de la précédente (fig. 7). Menninger, xxxiii, p.421. Remarquer l'utilisation des chiffres arabes.

36 Ouvrage remarquable mais rarissime. Nous conseillons la très belle présentation pour les amateurs d'histoire des sciences : Hautlotte, xvi.

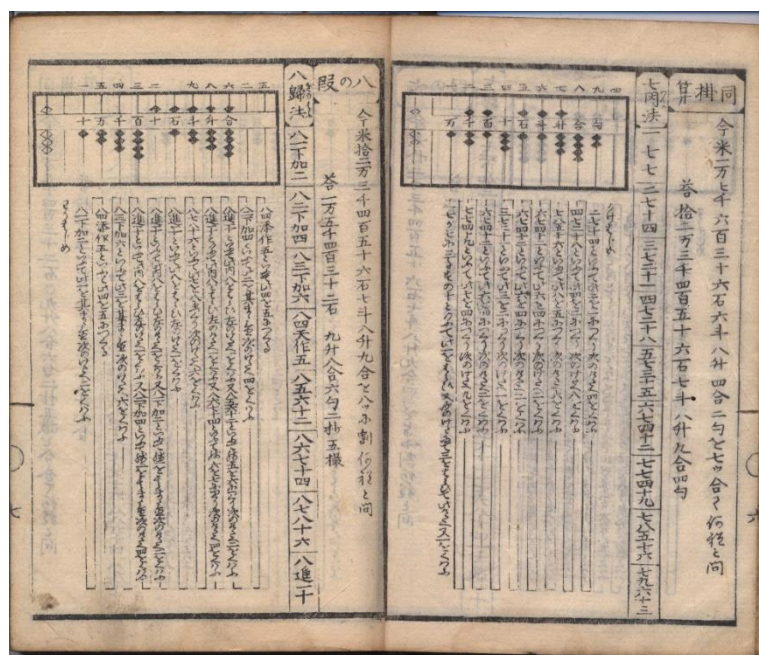
37 Dans une communication à l'Académie des Sciences (x), Michel Chasles indique que, dans sa forme la plus ancienne et jusqu'au Moyen Âge, l'*abacus* utilisait une table couverte de poussière ; les colonnes et les signes étaient tracés dans cette poussière, constituant ainsi un système de numération écrite de position. Ainsi, selon M. Chasles, l'introduction des méthodes arabes en Europe ne fut donc point une révolution pour ce qui concerne la numération de position.

38 Chasles, x, p.6 : *manuscrit 142* de la Bibliothèque de Chartres, aujourd'hui Bibliothèque Municipale A. Malraux. Sa cote actuelle est 498. Ce manuscrit, somme des quatre arts libéraux au XIIe siècle, est probablement une œuvre inachevée de Thierry de Chartres (env. 1100-1150). Ce précieux document médiéval fut l'objet de plusieurs études au XIXe et XXe siècles jusqu'au dernier conflit mondial ; le catalogue de 1840 des manuscrits de la Bibliothèque en contient une description, rédigée par M. Chasles lui-même, de laquelle nous avons extrait ces informations. Ce manuscrit fut malheureusement victime de l'incendie de la Bibliothèque dû aux hostilités en 1944 et un inventaire récent précise que ce qu'il en reste n'est plus exploitable. Il en subsiste toutefois une copie sur un microfilm de médiocre qualité. Selon une note marginale manuscrite dans un autre catalogue de la Bibliothèque, ce microfilm proviendrait de l'Institut d'Études Médiévales à Toronto... Cette digression n'avait d'autre but que de montrer combien est difficile la recherche de vieux documents.

incluant une table de multiplication reproduite figure 7. La plupart des témoignages de cette époque, difficilement accessibles lorsqu'ils sont originaux, proviennent indirectement de travaux de l'époque moderne³⁹.

Calcul à la plume

Fibonacci, mathématicien du Moyen-Âge devint traditionnellement abaciste dans sa jeunesse⁴⁰ ; voyageur, il apprit ensuite des Arabes l'algorithmique et contribua notablement à l'introduction de cette technique en Europe, en particulier par son ouvrage : *Liber Abaci*⁴¹. Fibonacci ne produisit lui-même que peu de tables mais ses travaux influencèrent l'évolution de la mathématique et en particulier de l'arithmétique et, par conséquent la production de tables par ses nombreux continuateurs, tables indispensables à ce renouveau.



9. Manuel de calcul japonais, Publié à Édo (Tokyo) probablement au XVII^e siècle⁴². Coll. SS.

Les tables arithmétiques de cette époque restent toutefois peu courantes. Nous avons présenté celle de Chartres (fig. 7). Menninger⁴³ présente une table de multiplication du 12^e siècle⁴⁴ utilisant déjà la notation de position (fig. 8) et, dans une autre partie de son ouvrage, deux tables du 13^e siècle détenues par la Bibliothèque Nationale de Munich⁴⁵, utilisant encore les vieilles notations romaines, la forme et la signification des caractères ayant évidemment évolué depuis l'antiquité ; la difficulté d'effectuer des opérations avec les vieilles notations romaines justifie à elle seule l'existence de telles tables. Le même auteur présente également une curieuse table de conversion du système romain dans le système décimal, datée du 16^e siècle⁴⁶. L'imprimerie était, hélas, encore absente pour leur assurer une diffusion convenable.

4.2 Orient

La coupure entre l'ancienne époque occidentale et la moderne n'existe pratiquement pas en Orient où les techniques évoluèrent à la mode orientale, c'est à dire selon ce qui nous semble être un curieux mélange d'intérêt pour les idées nouvelles et de respect pour les traditions. Les types d'objets que nous présentons toutefois dans la suite de cette partie sont qualifiés d'anciens alors que les exemples cités sont contemporains de notre époque moderne.

Chine et Corée

L'histoire des sciences en Orient, notamment en Chine, comparée à celle de l'Occident appelle immédiatement des controverses sur les influences mutuelles entre ces contrées et sur les antériorités possibles. Il est plus sage de suivre les historiens qui, constatant l'existence incontestablement ancestrale d'échanges commerciaux en va et vient entre ces contrées malgré leur éloignement, estiment qu'il furent certainement accompagnés d'échanges culturels également en va et vient ; cette hypothèse bien raisonnable rend stériles les disputes d'antériorité : il est certain qu'une découverte archéologique peut toujours faire pencher la balance d'un côté mais comment restituer exactement les circonstances d'une invention dans ce brassage incessant de marchandises, de techniques et d'idées ? En outre, dans ce domaine rien n'est définitif.

39 Gendre, xiii, pp. 478/508. Traité de l'arithmétique par les jetons. Manuel pratique de calcul avec jetons. La forme des jetons et de l'organisation de la table ne sont pas considérées ici, ce qui laisse supposer qu'au cours des siècles elles ont dû évoluer selon les lieux et les calculateurs, sans que les procédés eux-mêmes soient notablement modifiés. L'édition tardive (1797) indique que le calcul avec jetons perdura longtemps.

40 Zeuthen, xlviii, pp.270/272.

41 Ouvrage rarissime mais étudié par : Lucas, xxvii.

42 Avis d'un ami japonais.

43 Karl Menninger, auteur allemand, fut parmi les premiers à s'intéresser à l'histoire des numérations. Sa plus ancienne édition identifiée pour cette monographie date de 1898. Elle fut traduite en anglais en 1969. L'édition consultée est une reproduction complète de la précédente mais date de 1992. On admettra donc que durant tout un siècle, les travaux archéologiques évoluèrent considérablement, complétant le travail de Menninger mais sans le remettre en cause ce qui est remarquable.

44 Menninger, xxxiii, p.420.

45 Menninger, xxxiii, p.282.

46 Menninger, xxxiii, p.294.

Needham⁴⁷ mentionne sommairement l'existence ancienne de tables de multiplications en Chine à partir du 4^e siècle B.C et cite les auteurs les ayant étudiées⁴⁸. Il précise toutefois que la forme textuelle des tables les plus anciennes est différente de l'organisation en colonne des tablettes mésopotamiennes, ce qui semble implicitement exclure une influence quelconque. Des tables à double entrée apparaissent dans des ouvrages à partir du 7^e siècle.

Martzloff⁴⁹, décrivant la réforme du calendrier chinois entreprise par les missionnaires Jésuites au XVII^e siècle mentionne l'existence de tables numériques dans l'ouvrage qui fut produit, sans préciser leur nature. D'après le contexte, il pourrait s'agir de tables arithmétiques destinées à faciliter le travail des astronomes à l'instar des autres instruments décrits dans le même ouvrage.

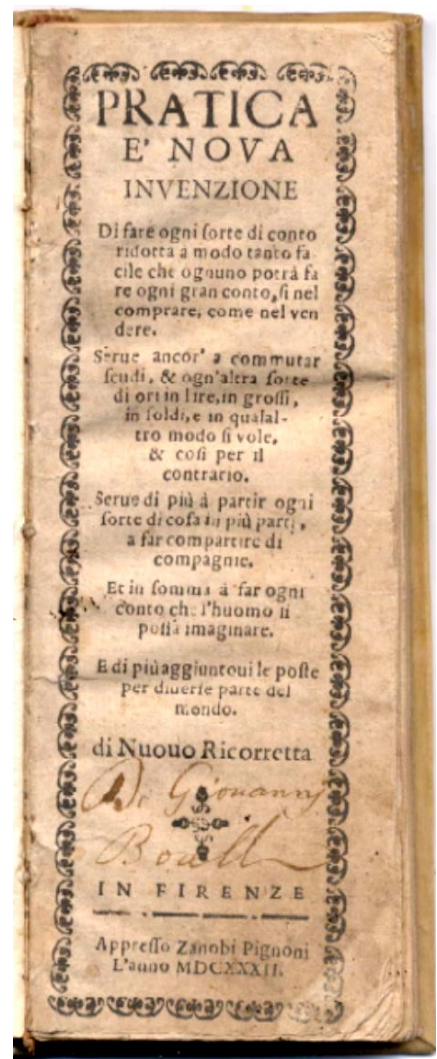
Dans diverses contrées orientales existent des tables de divination faisant correspondre à des combinaisons de figures possédant éventuellement une signification, des figures ou un texte ayant une signification divinatoire. Les combinaisons d'entrée étaient obtenues diversement, par exemple à l'aide de dés, de bâtons ou de plaques ; ensuite la table donnait la prédiction pour chaque combinaison obtenue⁵⁰. Par leur nombre, la diversité de leurs origines, des époques, enfin des formes, ces tables montrent l'importance de ces pratiques mystiques, déjà signalées chez les Pythagoriciens. Elles constituent enfin une chaîne continue entre des formes de tables très rudimentaires et d'autres très évoluées.

Un rapport de la *Smithsonian Institution*⁵⁰ donne de multiples exemples de tels jeux distribués de façon remarquable dans le monde et le temps, montrant ainsi la quasi-universalité de cette faculté humaine de combiner des idées, à l'origine de toute table évoluée.

Dans les sociétés, surtout les sociétés théocratiques ou science et mysticisme s'épaulaient, il est raisonnable de supposer que la même démarche dirigea l'évolution de ces tables divinatoires et les tables arithmétiques⁵¹, en continuation de l'Antiquité.

Japon

Le Japon reçut beaucoup de connaissances théoriques et pratiques de Chine. Malgré des recherches obstinées aucune table élémentaire, comme la table de Pythagore, ou détaillée comme un barème n'a été trouvée par l'auteur ; cela ne signifie nullement qu'elles soient inexistantes.



10. Table de multiplication (titre) éditée à Florence en 1632, donc avant le premier barème. lxx. Coll. SS.

47 Joseph Needham est un sinologue réputé et passionné. Il est l'auteur d'une histoire de la science et de la culture chinoise de plusieurs volumes représentant plusieurs milliers de pages. Il est évident qu'il ne construisit pas seul ce monument mais comme d'Alembert pour l'Encyclopédie, il l'imprègne de son esprit. Ses interprétations des faits cités ne sont pas toujours partagées par ses lecteurs mais il demeure que son œuvre est la première source incontournable d'informations pour toute étude historique des sciences et techniques en Extrême-Orient et de leurs relations avec l'Occident ; cela vaut en particulier pour nos monographies sur les instruments de calcul.

48 Needham, xxxviii, p.9, p.36, pp.64/65.

49 Martzloff, xxxi, p.25.

50 xlv, pp.665/942, *Chess and playing-cards*. Cette partie d'un vieux rapport de la *Smithsonian Institution* (1898) décrit de nombreux exemples de tables divinatoires provenant de contrées et d'époques diverses.

51 Comme les astrologues furent les premiers astronomes, les numéologues furent les premiers numériciens. Approximativement, leurs démarches consistaient à associer des nombres à des événements selon des règles pas toujours bien évidentes, persuadés que les combinaisons de nombres leur permettraient de prédire l'événement conséquence des précédents. Cette démarche fait sourire aujourd'hui mais dans son esprit elle préfigure celle de nos sorciers modernes qui recherchent des modèles mathématiques en intelligence artificielle ; ce qui les distingue est la pauvreté de l'arithmétique naissante comme outil de modélisation comparée à la puissance de l'outil mathématique moderne.

Les anciens numéologues devaient être conscients de ces insuffisances car ils furent à l'origine de découvertes en arithmétique, ce qui montre bien leur volonté de perfectionner cette science naissante.

Cette digression semble extravagante ; une anecdote montre le contraire et surtout qu'elle n'a rien d'original. Au tout début du XVIII^e siècle, le Protestant Leibniz était connu du monde savant pour sa quête d'une langue formelle universelle permettant de représenter tous les problèmes de toutes natures posés aux humains et de les résoudre. Il nomma ce formalisme « caractéristique ». En cela, Leibniz fut un des pères de l'intelligence artificielle moderne. Son projet qui hante encore nombre de chercheurs est loin d'avoir été résolu en toute généralité, si tant est qu'il puisse l'être, mais fut à l'origine de découvertes parmi lesquelles l'« analyse situ » ancêtre de notre topologie moderne ; il révéla également la numération binaire dont Leibniz faisait grand cas dans ses travaux. S'élevant au-dessus des clivages de religions, le R.P. Bouvet, Jésuite missionnaire en Chine, certainement exempt de toute sympathie pour la magie, écrivit le 4 novembre 1701 une longue lettre à Leibniz pour lui signaler les pratiques divinatoires des anciens Chinois, fondées sur l'usage d'un symbolisme binaire très évolué ; la similitude des ces pratiques et des idées de Leibniz l'avait impressionné. Cette lettre fut publiée environ deux ans plus tard, le temps d'arriver en Europe, dans : *Mémoires pour l'histoire des sciences et des beaux-arts*, de l'Imprimerie de S.A.S. ..., à Trévoux, ..., janv. 1704. pp. 128/165.

Le calcul « à la plume » étant ignoré ou peu utilisé dans ce pays aux époques considérées, les tables eurent évidemment peu d'intérêt pratique. Elles cèdent la place ici à des tables de procédés, recettes gestuelles et non pas mentales apprises par cœur dès le jeune âge pour effectuer des calculs. La figure 9 représente deux feuillets d'un tel manuel imprimé à Édo (Tokyo), vraisemblablement au XVII^e siècle.

Monde Arabe

Nous considérons ici l'ère islamique du Monde Arabe. Son intérêt réside dans les relations étroites tissées entre scientifiques et religieux. L'Islam est une des grandes religions monothéiste répandues sur toute notre planète ; il donna par conséquent une dimension mondiale à ce type de relations.

Cette religion attache de l'importance au moment et au lieu de la prière. Des tables permettant de déterminer les heures de prières dans la journée en fonction du lieu et de la saison furent donc calculées. Il s'agit là évidemment d'un aspect bien particulier des tables. Elles ont toutefois dans la vie quotidienne de millions de personnes une importance aussi considérable que les tables arithmétiques usuelles. Il faut en outre surtout considérer que l'élaboration de ces tables les rapprochent des tables arithmétiques qui nous concernent, par les travaux purement scientifiques qu'elles suscitérent. Il est probable que des tables arithmétiques furent construites également comme auxiliaires pour ces travaux.

5 ÉPOQUE MODERNE

5.1 Introduction

Cette époque concerne surtout l'Europe après l'invention de l'imprimerie ou sa redécouverte par les Européens. La Révolution de 1789 y joue également un rôle notable, le jacobinisme centralisateur ayant eu au moins le mérite d'imposer l'une des premières normes internationales, le système métrique, motivant la création de nombreuses tables de conversions.

5.2 Calcul avec jetons, calcul à la plume

Grâce à l'enseignement des universités arabes notamment en Espagne, la numération décimale de position fit son apparition en Europe Occidentale accompagnée des procédés de calcul à la plume. Dès lors, le calcul à la plume concurrença le calcul avec jetons ; les disputes entre abacistes et algoristes qui s'amorcèrent alors durèrent plusieurs siècles. Toutefois, le succès relativement tardif du calcul à la plume, grâce à l'imprimerie, et l'importance du calcul avec jetons largement sous estimée aujourd'hui, expliquent certainement la pauvreté de notre patrimoine historique de tables avant le 16^e siècle sur tout le continent, hormis évidemment les vestiges mésopotamiens.

Des arithméticiens publièrent des manuels sur ces nouvelles méthodes. Ces manuels expliquaient comment calculer « à la plume » et, suivant une tradition bien établie que nous connaissons depuis l'époque sumérienne, proposaient généralement des exemples de problèmes avec les solutions, le tout accompagné de tables auxiliaires, le plus souvent fragmentaires. L'imprimerie favorisa rapidement la diffusion de tels ouvrages et les

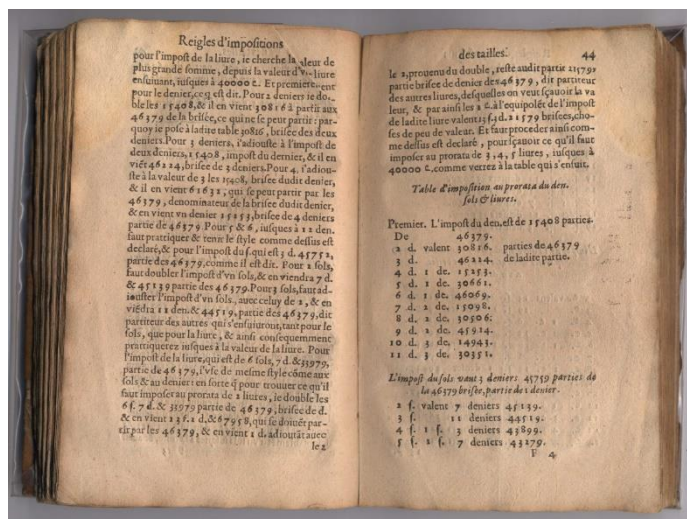
11. Table de multiplication (pages courantes) éditée à Florence en 1632, donc avant le premier barème. lxx. Coll. SS.

villes, telle Strasbourg⁵² où l'imprimerie prit son essor, contribuèrent à cette évolution en multipliant les manuels d'arithmétique. Pierre Savonne publia ainsi un manuel, à Lyon en 1598⁵³ ; on y trouve quelques tables auxiliaires, notamment pour des calculs d'imposition (fig. 12) mais aussi des tables ordinaires de multiplication sous une forme rudimentaire (fig. 13).

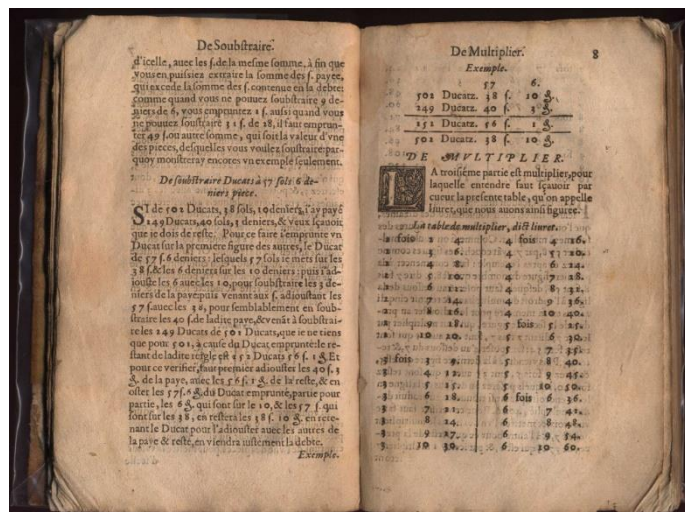
5.3 Avant, pendant et après Barème

La Grande Encyclopédie n'accorde que peu de place aux tables arithmétiques : quelques lignes pour un ouvrage de spécialistes : les tables de prostaphérèse⁵⁴. Une demi-page est consacrée à la table de Pythagore⁵⁵, rappelant benoîtement que sa connaissance est nécessaire pour la pratique du calcul. Curieusement les tables scientifiques sont au contraire détaillées : tables de logarithmes⁵⁶, tables astronomiques etc⁵⁷.

Les contemporains de Neper et leurs successeurs admettent volontiers que les bâtons de l'illustre Écossais constituent une adaptation mécanique astucieuse de la table de Pythagore⁵⁸. Cet air de famille est reconnu également par plusieurs auteurs classiques de l'histoire du calcul⁵⁹. D'autres instruments de ce genre continuent à être



12. Manuel et tables de calcul de taxes, XVIe siècle. Savonne, xliii, p.44. Coll. SS.



13. Table de multiplication, XVIe siècle. Savonne, xliii, p.8 et suivantes. Coll. SS.

produits jusqu'à des dates tardives⁶⁰. Cette interprétation mécanique des tables sera l'objet d'une publication ultérieure.

52 Sciences en Alsace, xliv, p.34.

53 Savonne, xliii.

54 Tables donnant les différences entre positions vraies et théoriques des planètes : Encyclopédie Méthodique, tome 1, i, p.127, tome 2, ii, p.681.

55 Encyclopédie Méthodique, tome 11, ii, p.685. *Comme il n'est pas absolument inutile que ceux qui apprennent l'Arithmétique, sachent par coeur les différents produits contenus dans cette table, nous avons jugé à propos de la représenter ici, ...*

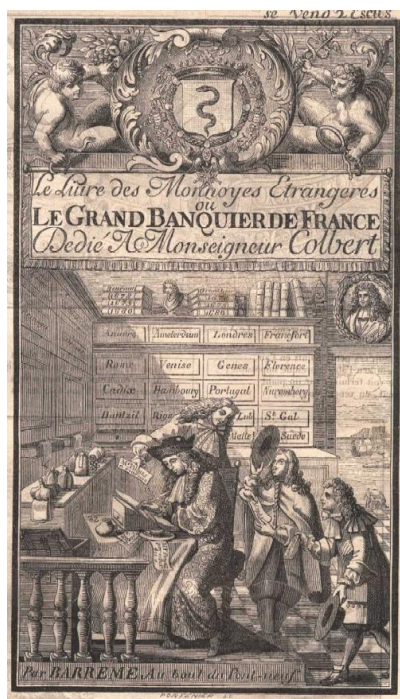
56 Rappelons ici, qu'avant l'usage des logarithmes existaient des procédés utilisant également des tables de transformations et permettant d'obtenir le résultat d'une multiplication à l'aide d'une simple addition. Nous sortons là du domaine des tables dites « banales » pour entrer dans celui des tables techniques et scientifiques, lequel sera l'objet d'une communication ultérieure.

57 Encyclopédie Méthodique, tome 111, iii, pp.91/94.

58 Journal des sçavans, 1678, xxii, pp.162/164. *Les difficultés qui se trouvent en l'Arithmétique dans la pratique de la Multiplication & de la Division ont porté les sçavans à la recherche des moyens de les faciliter. Pythagore a donné pour cet effet la Table de Multiplication des nombres simples, laquelle de son nom s'appelle encore Pythagorique. M. Nepper Baron de Maerchiston cet illustre Anglois a qui nous devons l'invention des Logarithmes compa cette Table Pythagorique en 9. petites lames ou Regles chacune desquelles a neuf cellules, dont la premiere contient les Nombres simples, & les autres contiennent les Produits des Multiplications du Chiffre qu'elles ont en teste par chacun des Nombres simples. Et c'est ce qu'on appelle Rhabdologie. ... M. Petit a donné un Cylindre Arithmetique, autour duquel il fait couler des lames de carton qui portent les Tables de Pythagore, n'estant ainsi proprement que les Bâtons de la Rhabdologie de Nepper liez tout autour d'un Cylindre qu'on fait couler commodement par le moyen d'un bouton qui est attaché à chacune de ces lames. M. Grillet a mis chacune de ces mêmes lames de la Table pythagorique sur des petits Cylindres qui font le même effet que les Bastons de Nepper. La Roüe de M. Pascal, & le Cylindre ou tambour de M. Petit, avec cet avantage que cette Machine est portative n'estant qu'une petite boîte rectangle oblongue, avec laquelle néanmoins on peut faire facilement toutes les Regles de l'Arithmétique.*

59 Lucas, 1884, xxviii, pp.137/139.

60 La Nature, xxxvii.



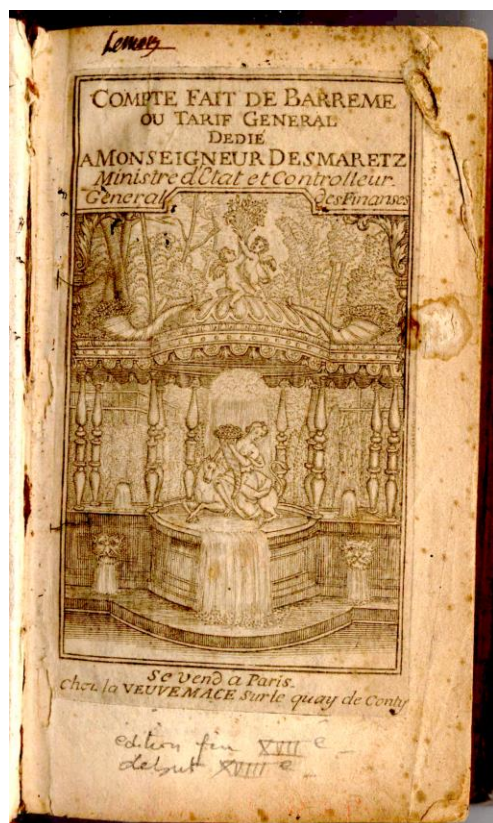
14. « Monnoyes étrangères » de Barreme.

François Barème⁶¹ naquit en 1634 à Lyon et décéda à Paris en 1703. Son œuvre fut poursuivie par son fils Nicolas. Son existence, mal connue, fut relatée dans le *Magasin Pittoresque* en 1852⁶². Selon cette biographie la première édition des « Comptes Faits » serait de 1669, jusqu'à la découverte d'une édition antérieure. Cependant, la notoriété de Barème, surtout en France, occulte des publications antérieures ; ainsi, la collection de l'auteur comporte un petit "barème florentin" de 1632, en très bon état (lxx, fig. 10 et 11).

A 36 Sols 6 Deniers la chose.	
1 valent	3 L 13 f
2 valent	5 L 9 f 6
3 valent	7 L 6 f
4 valent	9 L 2 f 6
5 valent	10 L 13 f
6 valent	12 L 1 f 6
7 valent	14 L 12 f
8 valent	16 L 8 f 6
9 valent	18 L 5 f
10 valent	20 L 1 f 6
11 valent	21 L 18 f
12 valent	23 L 14 f 6
13 valent	25 L 11 f
14 valent	27 L 7 f 6
15 valent	29 L 4 f
16 valent	31 L 6
17 valent	32 L 17 f
18 valent	34 L 13 f 6
19 valent	36 L 10 f
20 valent	38 L 6 f 6
21 valent	40 L 3 f
22 valent	41 L 19 f 6
23 valent	43 L 16 f
24 valent	45 L 12 f 6
25 valent	47 L 9 f
26 valent	49 L 5 f 6
27 valent	51 L 2 f
28 valent	52 L 18 f 6
29 valent	54 L 15 f
30 valent	56 L 11 f 6
31 valent	58 L 8 f
32 valent	60 L 4 f 6
33 valent	61 L 1 f
34 valent	63 L 17 f 6
35 valent	65 L 14 f
36 valent	67 L 10 f 6
37 valent	69 L 7 f
38 valent	71 L 3 f 6
39 valent	73 L
40 valent	75 L 6 f
41 valent	77 L 3 f
42 valent	79 L 11 f 6
43 valent	81 L 8 f
44 valent	83 L 4 f 6
45 valent	85 L 1 f
46 valent	87 L 17 f 6
47 valent	89 L 14 f
48 valent	91 L 10 f 6
49 valent	93 L 7 f
50 valent	95 L 3 f 6
51 valent	97 L
52 valent	99 L 6 f
53 valent	101 L 3 f
54 valent	103 L 11 f 6
55 valent	105 L 8 f
56 valent	107 L 4 f 6
57 valent	109 L 1 f
58 valent	111 L 17 f 6
59 valent	113 L 14 f
60 valent	115 L 10 f 6
61 valent	117 L 7 f
62 valent	119 L 3 f 6
63 valent	121 L
64 valent	123 L 6 f
65 valent	125 L 3 f
66 valent	127 L 11 f 6
67 valent	129 L 8 f
68 valent	131 L 4 f 6
69 valent	133 L 1 f
70 valent	135 L 17 f 6
71 valent	137 L 14 f
72 valent	139 L 10 f 6
73 valent	141 L 7 f
74 valent	143 L 3 f 6
75 valent	145 L
76 valent	147 L 6 f
77 valent	149 L 3 f
78 valent	151 L 11 f 6
79 valent	153 L 8 f
80 valent	155 L 4 f 6
81 valent	157 L 1 f
82 valent	159 L 17 f 6
83 valent	161 L 14 f
84 valent	163 L 10 f 6
85 valent	165 L 7 f
86 valent	167 L 3 f 6
87 valent	169 L
88 valent	171 L 6 f
89 valent	173 L 3 f
90 valent	175 L 11 f 6
91 valent	177 L 8 f
92 valent	179 L 4 f 6
93 valent	181 L 1 f
94 valent	183 L 17 f 6
95 valent	185 L 14 f
96 valent	187 L 10 f 6
97 valent	189 L 7 f
98 valent	191 L 3 f 6
99 valent	193 L
100 valent	195 L 6 f

15. Page de Barreme, 1704. xlix. Coll. SS.

Le *Magasin Pittoresque* cite Querard comme auteur d'une bibliographie des travaux de Barème. L'édition la plus ancienne que nous possédions personnellement

16. Édition sans date mais probablement entre 1708 et 1715⁶³. Coll. SS.

17. Barreme, 1704. xlix. Coll. SS.

est de 1704 (xlix) ; la plus récente, précédant la Révolution, est de 1782. Nicolas Barème continua l'œuvre de son père ; le père et le fils furent certainement attentifs aux besoins des lecteurs et il est aujourd'hui possible de percevoir dans les éditions successives ce que le public attendait de ces tables.

L'édition de 1704⁶⁴ est assez homogène. C'est une table générale de *comptes-faits* pour différentes quantités d'une *chose* dont on connaît le prix en livres, deniers, sols, oboles et pites ; chacun sait que dans le Royaume de France une pite est un huitième de denier, qu'une obole est une moitié de denier, que douze deniers font un sol, enfin que vingt sols valent une livre... Ce rappel est destiné aux étourdis. Néanmoins, grâce à Barème on sait sans effort que 16 choses valant chacune 6 livres et 17 sols

61 Orthographe adoptée actuellement pour le nom commun ; l'orthographe ancienne subit bien des avatars : Bareme, Barème, Barreme, Barème, Barrème, etc.

62 *Magasin Pittoresque*, xxix, 1852, pp.179/182.

63 Nicolas Demarets (1648-1721), neveu de Colbert, destinataire de la dédicace, fut Contrôleur Général des Finances de 1708 à 1715 (*Encyclopaedia Britannica*, Premium Service, article 30561).

64 Barreme, xlix.

et 6 deniers font un compte rond de 110 livres mais qu'avec une de plus elles valent au total 116 livres 17 sols et six deniers. Ouf ! Même en sachant compter convenablement on comprend vite que le livre du Sieur Barreme se soit bien vendu. Ajoutons que la *chose* peut être une journée de gage, une ration ou un muid ou une toise - carrée ou non - de ce qu'on voudra. Il

Table 19: Table de Pythagore en livret de colporteur. The image shows two pages of a small book. The left page is titled 'A 10 centimes la chose' and the right page is titled 'A 15 centimes la chose'. Both pages contain two columns of numbers, one for 'val.' and one for 'sol.'.

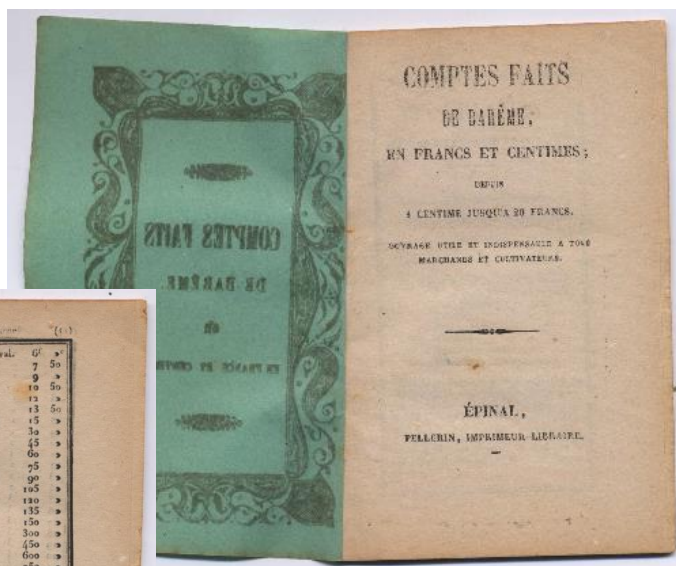
19. Table de Pythagore en livret de colporteur. Coll. SS.

s'agit donc d'une table générale et non pas d'une table de règles accompagnées de leurs tables auxiliaires. Ce livre fut vraisemblablement rédigé par François Barreme ; cette supposition est fondée sur la présence d'un acrostiche versifié sur le nom de Colbert ; François Barreme était, selon son biographe, amateur de ce genre d'écrits.

Avant la Révolution

L'édition de 1742⁶⁵ est similaire à la précédente ; elle comporte en outre des tables de sous-multiples. Par exemple, connaissant la valeur d'un millier de *choses*, elle permet de trouver la valeur de cent ou d'une unité ; il faut bien considérer que diviser par dix ou mille un prix établi dans le système monétaire précité n'est pas immédiat : si un centième d'euro est un centime, un centième de livre vaut un peu plus que 2 deniers et 3 pites ; lorsque la *chose* est une velte qu'il faut diviser en 27 barriques, alors l'ivresse gagne le calculateur. Il est évident que les divisions n'étaient jamais des comptes ronds et on imagine les disputes qui pouvaient naître lors de marchandages avec ou sans comptes faits.

L'édition de 1759⁶⁶ se veut être un livre d'enseignement de l'arithmétique. On découvre, en fait, qu'il s'agit d'un recueil dense, selon les propos mêmes de l'auteur, Nicolas Barreme, de *règles différentes appliquées sur toutes les affaires de la vie avec leurs Preuves et Instructions de chacune en particulier*. Le livre est un curieux amas de règles d'arithmétique classique avec la description de modes opératoires oubliés aujourd'hui ; pour l'anecdote, on apprend ainsi qu'existaient deux multiplications à l'Italienne, longue et brève, à l'Espagnole, enfin à la Portugaise (pp.215/222). Ce qui est intéressant ce sont les applications des quatre règles de l'arithmétique aux calculs de prix, d'intérêts, de changes, de métrés et d'arpentages, etc., en tenant compte du foisonnement des unités, de leurs multiples ou sous multiples issus d'usages ancestraux et rarement décimaux !



20. Autre exemple de barème colporté ou de poche.

65 Barreme, li.
66 Barreme, lii.

L'édition de 1782⁶⁷ est dans le même esprit que la précédente, quoique notablement remaniée ; elle confirme l'impression que les auteurs, ou leurs successeurs étant donnée la date, étaient attentifs aux demandes des usagers pour composer leurs tables. Par exemple cette édition comporte des tables pour les opérations d'arpentage.

Après la Révolution

La table de Pythagore continue d'être publiée sous des formes sans cesse renouvelées et les barèmes, sans majuscule puisque le nom était devenu commun, continuèrent à être imprimés.

Il est possible, avec beaucoup de patience de trouver dans de vieux fonds de librairies, des barèmes imprimés sous la

21. Conversion des Livres (poids) d'Osnabruck et des Livres de Padoue en Kilogrammes. Martin, 1809, lxxviii, 1.

22. Table pour conversions des anciennes unités dans celles du système métrique. Martin, 1809, lxxviii. Coll. SS.

forme de livrets de très petite taille et colportés avec d'autres ouvrages de même format tels que des recueils de prières, des contes, etc. Le « *Messenger Boiteux de Strasbourg*⁶⁸ » assura certainement une abondante distribution de ces petits ouvrages dans nos campagnes de l'Est.

L'Imagerie Pellerin à Épinal produisit ce genre de barèmes ; l'exemplaire en illustration provient directement de cette imprimerie dont la vocation, comme celle de tant d'autres disparues aujourd'hui, fut la vulgarisation du savoir, notamment par colportage dans les campagnes (fig. 18, 19). Ainsi, l'exemplaire de la figure 20 appartient naguère à Louis Bonnefoy, voltigeur et clairon du 2^e bataillon du 77^e Régiment de ligne en garnison à Montauban. Cette précision anecdotique montre l'importance qu'avaient ces petits et modestes objets dans la vie courante ; leur état témoigne en outre d'usages répétés.

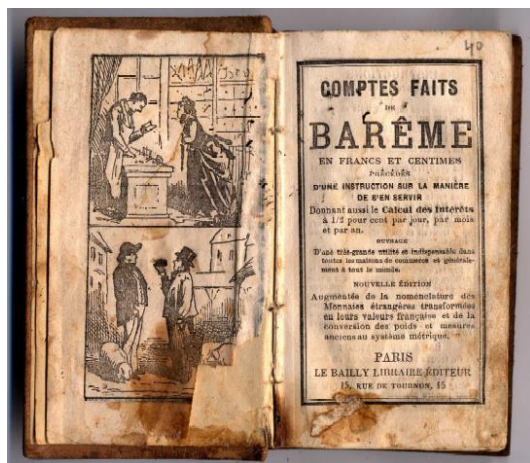
5.4 Les tables du système métrique

Immédiatement après la Révolution, l'introduction du système métrique nécessita durant presque un siècle la production de tables de conversions. Talleyrand proposa un texte à l'Assemblée Nationale décrétant l'affichage de tels barèmes (nom commun) par les communes⁶⁹. Des affiches furent effectivement publiées,

67 Barrême, xlv.

68 Le « *Messenger Boiteux de Strasbourg* » est un colporteur qui donna son sobriquet à un almanach bien connu autrefois ; quelques vétérans de la Grande Armée, éventuellement infirmes, ayant exercé ce commerce, il est possible que le personnage ait réellement existé.

69 Evêque d'Autun. *Proposition fait à l'Assemblée Nationale sur les Poids et Mesures* (orthographe d'origine).



23. Barème du XIXe siècle. lix. Coll. SS.

instruments divers pour faciliter le passage à l'Euro.

Deux ouvrages de ce type, d'inégale importance, ont été retrouvés. L'ouvrage de Martin⁷¹, publié en 1809 se voulait universel (fig. 21), d'où son épaisseur de plus de 500 pages, l'ouvrage de Bedel édité également en 1809⁷² avait le même but mais uniquement pour le département des Vosges et les contrées voisines.

L'ouvrage exemplaire de Juvigny pour l'enseignement de la comptabilité⁷³ maintient une tradition solidement séculaire : cours théorique et pratique, exercices et tables auxiliaires ; on y trouve en particulier plusieurs tables de conversion de monnaies.

5.5 Léon Bollée

La machine de multiplication automatique de Léon Bollée est un exemple d'instrument utilisant une table mécanique formant une représentation analogique mécanique d'une table de Pythagore ordinaire. Cette invention, à l'origine d'une lignée de machines, comme la « Millionnaire » fut saluée à son époque par de nombreux auteurs⁷⁴.

5.6 Tables contemporaines (après 1918)

Un état, bien documenté, des tables disponibles au début du XXe siècle figure dans l'article de R. Mehmke sur le Calcul Numérique dans l'« *Encyclopädie der Mathematischen Wissenschaften*⁷⁵ ». Cet article comporte une importante bibliographie avec, pour ce qui nous concerne ici, de nombreuses références historiques de tables ; il semble s'appuyer particulièrement sur un rapport de J.W.L. Glaisher au « *Committee on mathematical tables* »⁷⁶. L'article de R. Mehmke fut traduit par Maurice d'Ocagne⁷⁷.

Les tables numériques existent encore. Conserver et transmettre l'usage des quatre opérations signifie qu'une table est d'abord un instrument de calcul. Savoir calculer, c'est à dire savoir effectuer l'une des quatre opérations de l'arithmétique, appartient aux connaissances apprises à l'École Primaire ; elles nous semblent naturelles au point d'oublier que dans le monde et même dans notre pays existent toujours, même en 2003, des personnes incapables de les effectuer correctement, sans compter celles qui en ignorent totalement les modes opératoires et celles qui en ignorent même l'existence.



70 Les registres paroissiaux puis d'état civil constituent de remarquables marqueurs de l'alphabétisation : le rapport entre signatures véritables et les marques en forme de croix donne une indication sur les connaissances en la matière selon le lieu ou l'année ; à la fin du XVIIIe siècle, il y avait encore beaucoup d'efforts à accomplir en la matière, ce qui limitait donc l'impact de ces affiches.

71 Martin, lxxviii ; Bedel, lxii.

72 Bedel, lxii.

73 Juvigny, xxiii.

74 Jacob, xxi, p.81 : *En 1888, L. Bollée a réalisé, à l'âge de dix-huit ans, sans avoir étudié les autres machines, et sans doute pour cela, un principe absolument nouveau. Il applique la table de Pythagore grâce à l'introduction de plaques dites calculatrices, ...*

75 Mehmke, xxxii, pp. 944/952 ; les tables de logarithmes sont traitées dans un autre chapitre du même article.

76 Glaisher, xiv. James Whitbread Lee Glaisher, astronome et mathématicien (1848-1928) était réputé pour l'intérêt qu'il portait au calcul de tables numériques de fonctions (sites WEB).

77 Ocagne, xxxix.

Des tables arithmétiques sont toujours régulièrement publiées tant est enracinée désormais l'habitude d'utiliser des barèmes. Les auteurs ou éditeurs, comme par le passé rivalisent d'imagination. Il est impossible de tout décrire mais les deux exemples ci-après en montrent la diversité. Seules les calculatrices électroniques viendront à bout de cet engouement. Et encore...

Tables cylindriques.
Direction des Construction
Navale. Barème pour la
multiplication du salaire
horaire par le temps passé
(années 20)

Dans un traité sur « *L'organisation scientifique du travail* »⁷⁸, Bricard décrit des instruments considérés comme particulièrement utiles et exemplaires en organisation ; on trouve en particulier cette description d'un barème cylindrique conçu par la DCN :

« ... Un cylindre creux tourne sur un axe horizontal. À l'intérieur de ce cylindre sont disposés un certain nombre de rouleaux également mobiles autour de leurs axes qui sont parallèles à celui du cylindre.

Ce dernier est ajouré parallèlement à ses génératrices de fenêtres qui laissent voir une bande étroite de la surface latérale des rouleaux.

En faisant tourner le cylindre, on amène chacune de ces fenêtres en coïncidence avec une règle fixe horizontale qui porte les indications marquées en tête des colonnes d'un barème ordinaire.

Les indications du barème sont portées sur des feuilles collées sur les rouleaux. Ceux-ci sont actionnés par de larges boutons placés à l'extérieur de la base du cylindre sur la périphérie desquels on a inscrit les indications qui figurent normalement au commencement de chaque ligne du barème. ... »

Tables « classiques » Vici (même époque)

Ces tables sont des barèmes classiques. Elles se distinguent de leurs ancêtres par quelques astuces de mise en page avec onglets et une impression soignée en facilitant la lecture. Pour le reste, elles perpétuent les barèmes classiques. D'autres tables de ce genre furent publiées sous diverses marques, se distinguant chacune par des astuces en facilitant la consultation (lxxii).

À l'aube du troisième millénaire, il est possible de trouver des tables du format d'une carte de paiement – format à la mode – permettant d'effectuer toutes sortes de calculs courants. Aux États-Unis, par exemple, les commerçants proposent de telles tables permettant d'évaluer le montant du « *tip* » (pourboire) au restaurant ; elles se glissent dans le porte-carte à côté des cartes de paiement, ce qui permet d'établir rapidement le montant approximatif à ajouter pour le « *tip* » sur l'emplacement qui leur est réservé sur les factures. De même on a pu trouver, et on trouve encore dans de nombreux établissements français et dans le même format des cartes permettant d'évaluer la correspondance entre un montant en Francs et son équivalent en Euros et réciproquement (fig. 28).

Table de multiplication "Ultrayante"

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

2 16 18 20 22 24

3 24 27 30 33 36

4 32 36 40 44 48

5 40 45 50 55 60

6 48 54 60 66 72

7 56 63 70 77 84

8 64 72 80 88 96

9 72 81 90 99 108

10 80 90 100 110 120

11 88 99 110 121 132

12 96 108 120 132 144

Soit à trouver le produit de 3x7:

1° Chercher sur la règle mobile le chiffre 3.

2° Amener cette règle à gauche du chiffre 7 (ligne supérieure).

3° Lire le produit dans la case qui se trouve alors à la droite du chiffre 3, soit 21.

Procéder de même jusqu'à 12x12.

Nota: Prendre toujours sur la règle le plus petit des deux nombres à multiplier.

Modèle déposé.

G. Foy, Instituteur à Peribec (G.-M.)

25. Table de Pythagore à curseur éditée par G. Foy, instituteur. Coll. SS.

Une survivance également tenace des tables apparaît sur toutes sortes de supports éducatifs... et simultanément publicitaires : images pour enfants sages (fig. 27), buvards, les omniprésents protèges-cahiers, etc. Mais dans cette production les polymères supplantent désormais le papier. Vieilliront-ils aussi bien ?

6 CONCLUSION

Les nombres fascinèrent de nombreux humains. Des mathématiciens renommés acquièrent leur notoriété par leurs travaux dans cette discipline. Il en est toujours ainsi.

La seule curiosité scientifique explique déjà cette fascination. Mais, les applications possibles de la connaissance des nombres motivent également de nombreux travaux : notre mode de vie moderne nous incline à penser que la gestion des richesses, la réussite de projets scientifiques ou techniques dépendent de la maîtrise du calcul⁷⁹. Dans ces démarches, les tables furent et restent de précieux auxiliaires soit par leur spécialisation soit par leur généralité ; elles furent et restent ainsi indéfectiblement liées à l'étude et à l'usage des nombres.

Il y eut cependant d'autres incitations.

Curieusement la politique fut l'une d'entre elles. Les Pythagoriciens fondaient leur soif de pouvoir sur leurs connaissances scientifiques, en particulier celle des nombres supposés être en relation avec les mystères de la nature. Cette croyance, les pratiques ésotériques ou magiques qui l'accompagnent, existent toujours à notre



27. Image pour enfants sages. Hélas, la table de « 7 » manque ! Remarquer que les notions de Valeur et de Discipline participaient alors fortement par l'image à l'éducation des jeunes enfants. Coll. SS.



chacun accorde à ces pratiques, l'objectivité oblige à constater que nombre de découvertes résultèrent de ces activités.

Les religions, parfois difficiles à dissocier de la politique, exercèrent également une influence considérable. La pratique de nombreuses religions dépend de la connaissance du calendrier, du temps, éventuellement du lieu géographique. Très rapidement, le calcul apparut, pour les techniciens au service des rites, comme un outil incontournable ; la maîtrise de cet outil justifiait donc son étude approfondie. L'Islam fut particulièrement remarquable par les progrès qu'il suscita de ce fait en arithmétique. Les tables, instruments inséparables de toutes ces activités, eurent donc de nombreuses fées pour se pencher sur leurs berceaux ainsi que des génies pour inventer des machines destinées à les calculer⁸⁰. Cela en explique la prolifération et la diversité. Reléguées aujourd'hui au rang d'objets élémentaires, elles furent autrefois, des instruments relativement rares et donc précieux de la connaissance. C'est du reste encore le cas dans certains domaines scientifiques hors du cadre de cette note.

Il reste que leur histoire apparaît bien comme un écheveau complexe dans lequel les tables véritablement numériques forment une lignée importante, difficile à distinguer parfois de l'ensemble, surtout aux origines. Cette brève incursion historique met en évidence cette complexité mais laisse insatisfait : les arcanes de cette évolution sont certainement loin d'avoir été analysés exhaustivement et bien des recherches concernant ces modestes mais précieux instruments restent à accomplir ; affaire à suivre...

Une pause est cependant nécessaire : le nez du collectionneur pointant dans cette affaire, il semble opportun maintenant d'exploiter ces premiers résultats pour dresser une taxonomie, même approximative des tables, afin d'apporter un peu d'ordre à une collection qui en a bien besoin !

7 BIBLIOGRAPHIE

Toutes les notices respectent l'orthographe originale des documents cités.

7.1 Références

Considérée de tous temps comme des instruments vulgaires, les tables ordinaires suscitèrent relativement peu de publications. La bibliographie est donc limitée en nombre et en intérêt, les quelques commentaires sur les tables trouvés çà et là étant souvent perdus au sein d'autres développements considérés comme plus importants par leurs auteurs.

- i [Alembert (d')]. Encyclopédie méthodique. Mathématiques, Par MM. D'Alembert, l'Abbé Bossut, De La Lande, Le Marquis de Condorcet, &c. Tome premier. A Paris, Chez Panckoucke., A Liège, Chez Plomteux, M. DCC. LIV. 722p.
- ii [Alembert (d')]. Encyclopédie méthodique. Mathématiques, Par MM. D'Alembert, l'Abbé Bossut, De La Lande, Le Marquis de Condorcet, Charles, &c. Tome second. A Paris, Chez Panckoucke., A Liège, Chez Plomteux, M. DCC. LV. 788p.
- iii [Alembert (d')]. Encyclopédie méthodique. Mathématiques, Par MM. D'Alembert, l'Abbé Bossut, De La Lande, Le Marquis de Condorcet, Charles, &c. Tome troisième. A Paris, Chez Panckoucke., A Liège, Chez Plomteux, M. DCC. LIX. xxviiijp., 316p., 16pl.
- iv [Alembert (d'), Diderot]. Recueil de planches sur les sciences, les arts libéraux, et les arts mécaniques, avec leur explication. Sciences. [fac-similé de l'édition parisienne]. Paris, Inter-Livres, 1994. Pag. mult.
- v [Atlas Archéologique]. Ministère de la Culture. Atlas Archéologique de la France. L'art des cavernes. Atlas des grottes ornées paléolithiques françaises. Avant-propos d'André Leroi-Gourhan. Imprimerie Nationale, Paris, 1984. 674p. ISBN: 2-11-080817-9.
- vi [Bède le Vénérable]. *Hoc in volumine hæc continentur : M. Val. Probus de Notis Roma. Ex codice manu scripto castigatior. De metrius Alabaldus de minutiis, idem de poderibus, idem de mensuris, Ven. Beda de computo per gestum digitorum, idem de loquela. Venetiis. Mense Ferbruario. M. D. XXV. LXXIXp., 1pl., lettrines.*
- vii Boyer (Carl B.), Merzbach (Uta C.). *A history of mathematics. Second edition. John Wiley & Sons, New York, 1989. xviiiip., 764p. ISBN 0-471-50357-6.*
- viii Bricard (Georges). L'organisation scientifique du travail. Collection Armand Colin (Section du Génie Civil) N°84. Librairie Armand Colin, Paris, 1927. 210p., 8p.
- ix Caratini (Roger). Les mathématiciens de Babylone. Presse de la Renaissance, Paris, 2002. ISBN 2-85616.820.5. 298p.
- x Chasles (Michel). Histoire de l'Arithmétique. Développements et détails historiques sur le système de l'Abacus. Extr. des C.R. des séances de l'Académ. des Sc. Séance du 26 juin 1843. Paris, 1843. 28p.
- xi Fauvel (John), Gray (Jeremy). *The History of Mathematics - A reader -. Mac Millan Press, London, 1988. xxiip., 628p. ISBN 0-333-42791-2.*
- xii [Galeries nationales du Grand Palais]. Naissance de l'écriture. Cunéiformes et hiéroglyphes. 7 mai - 9 août 1982. Min. de la Culture, Editions de la Réunion des musées nationaux, Paris, 1982. 878p. ISBN : 2-7118-0201-9.

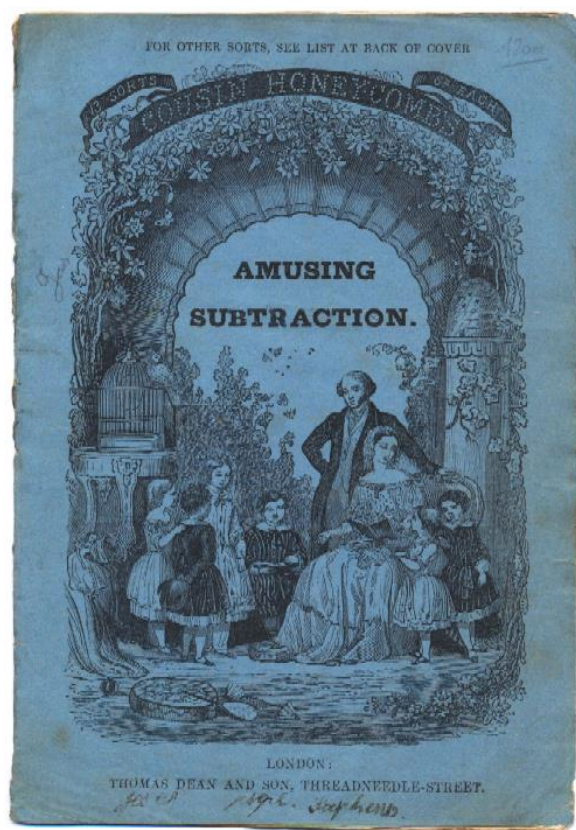
- xiii **Gendre** (F. Le). *L'Arithmétique en sa Perfection, Mise en Pratique selon l'Usage des Financiers, Gens de Pratique, Banquiers et marchands, Contenant...* Dernière Edition... A Paris, Chez les Libraires Associés, ..., 1798. 508p.
- xiv **Glaisher** (J.W.L.). *Report of the Committee on mathematical tables. Report Brit. Assoc.* 43, Bradford 1873, London 1874. 175p.
- xv **Guitel** (Geneviève). *Histoire comparée des numérations écrites. Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique. Nouvelle bibliothèque scientifique dirigée par Fernand Braudel.* Flammarion, Paris, 1975. ISBN 2-08-211104-0. 860p., planches.
- xvi **Haulotte** (R.), **Stevelinck** (E.). *Luca Pacioli. Sa vie. Son œuvre. La première traduction en français du premier traité de comptabilité. Imprimé à Venise, en 1494. Intégré dans la Summa de Arithmetica Geometrica Proportioni & Proportionalita.* Ed. Pragnos, Vesoul, 1975. 312p.
- xvii **Heath** (Sir Thomas). *A history of greek mathematics. Volume I. From Thales to Euclid.* Dover Publications, New York, 1981 (reprint). xp., 440p. ISBN 0-486-24073-6.
- xviii **Heinzelin** (J. de). "Ishango," *Scientific American*, June 1962. pp. 105/116.
- xix **Hœfer** (F.). *Histoire des mathématiques depuis leurs origines jusqu'au commencement du dix-neuvième siècle par...* Paris, Librairie Hachette et Cie..., 1874.
- xx **Ifrah** (Georges). *Histoire universelle des chiffres. Lorsque les nombres racontent les hommes. Ouvrage publié avec le concours du C.N.R.S. Dédicace manuscrite de l'auteur à S.Savosky.* Seghers, Paris, 1981. 568p. ISBN 2-221-50205-1.
- xxi **Jacob** (L.). *Le Calcul mécanique. Appareils arithmétiques et algébriques. Intégrateurs.* Encyclopédie scientifique publiée sous la direction de Dr. Toulouse. Bibliothèque de mathématiques Appliquées, directeur M. d'Ocagne. Librairie Octave Doin, Gaston Doin, Paris, 1911. xvi p., 412 p., xii p.
- xxii **[Journal des Sçavans]**. *Nouvelle machine d'arithmétique de l'invention du sieur Grillet Horlogeur.* A Paris. in : *Journal des sçavans*, Du Lundy 25 Avril M. DC. LXXVIII. A Paris, Chez Jean Cusson, ... M. DC. LXXVIII. pp. 161/164, figure.
- xxiii **Juvigny** (J.-B.). *Application de l'arithmétique au commerce et à la banque d'après les principes de Bézout.* 5e éd. Libr. du Commerce, Paris, 1840. 104p.
- xxiv **Kramer** (Samuel Noah). *L'Histoire commence à Sumer. Collection Clefs de l'aventure, clefs du savoir.* Arthaud, Paris, 1957. 316p.
- xxv **Lafont** (B.). *Documents administratifs sumériens provenant du site de Tello et conservés au Musée du Louvre. Edition Recherche sur les civilisations. Mémoire n°61.CNRS, Paris, 1985. 256p. ISBN : 2-86538-144-0.*
- xxvi **Lauriot**. *Le triple barème du nouveau système de comptes-faits...par... Montbéliard, Deckherr, 1842. 300p.*
- xxvii **Lucas** (Édouard). *Recherche sur plusieurs ouvrages de Léonard de Pise.* Imprimerie des Sciences Mathématiques et Physiques, Rome, 1877.
- xxviii **Lucas** (Édouard). *Le calcul et les machines à calculer.* in : *Association française pour l'avancement des sciences. 13^e session. Blois. 1884. Compte rendu de la 13^e*



29. *Le Petit Arithmétique. Fin XIXe. Coll. SS.*



28. *Tables à système optique pour la conversion des franc en euros et réciproquement. Futurs « Vieux Plastiques » ?*

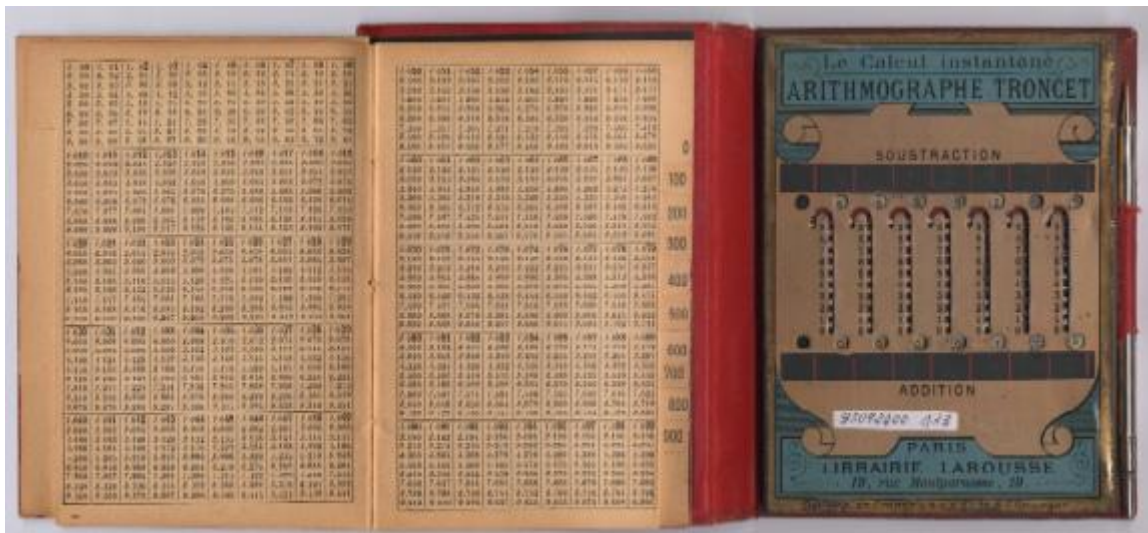


30. Table de soustraction littéraire... et britannique. Thomas Dean & Son, London, sd. (probablement 1855 selon une note manuscrite insérée dans ce document).

- session. Blois 1884. Première partie. Documents officiels. - Procès-verbaux. Paris, au secrétariat de l'Association, ... 1885. pp. 111/141, pl. n° 4.
- xxix [Magasin Pittoresque (Le)]. Barreme. in : ... Vingtième année. 1852. Paris, M DCCC LII. n°23, pp.179/182.
- xxx [Magasin Pittoresque (Le)]. Le trictrac. Son origine ; son usage chez les Grecs. in : Le Magasin Pittoresque, 48, dix-huitième année, 1850. pp.381/382.
- xxxi Martzloff (J.-Cl.). Histoire des mathématiques chinoises. Préf. de J. Gernet et J. Dhombres. Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique. Masson, Paris, ..., 1987. ISBN 2-225-81265-9. xxp., 376p.
- xxxii Mehmke (R.). 1.F. Numerisches Rechnen. in : Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften. I.2. Erster Band in zwei Teilen. Arithmetik und Algebra. Zweiter Teil. Redigiert von Wilhelm Franz Meyer. Leipzig, B.G. Teubner, 1904. pp.938/1079.
- xxxiii Menninger (Karl.). Number Words and Number Symbols. A Cultural History of Numbers. Translated by Paul Broneer from the revised German edition. Dover Publications, Inc., New York, 1992. xiiip. 480p. ISBN 0-486-27096-3.⁸¹
- xxxiv Montucla (M.). Histoire des Mathématiques, dans laquelle on rend compte de leurs progrès depuis leur origine jusqu'à nos jours ; où l'on expose le tableau et le développement des principales découvertes, les contestations qu'elles ont fait naître. Tome I. Edition originale. P. Jombert, Paris, M.DCC.LVIII. xxxvjp., 638p., 5 pl. dépl. h.-t.
- xxxv Montucla (M.). Histoire des Mathématiques, dans laquelle on rend compte de leurs progrès depuis leur origine jusqu'à nos jours ; où l'on expose le tableau et le développement des principales découvertes, les contestations qu'elles ont fait naître. Tome II. Edition originale. P. Jombert, Paris, M.DCC.LVIII. 680p., 10pl. dépl. h.-t.
- xxxvi [Nature (La)]. Machine à calculer de M. Léon Bollée. in : La Nature, 18e année, 1er semestre, n°884, 10 mai 1890. pp.359/360.
- xxxvii [Nature (La)]. La Pythagore, table de multiplication automatique. Sciences appliquées. mathématiques. in : la Nature, n° 2136, supplément, 2 mai 1914. pp.23/24.
- xxxviii Needham (J.). Science and civilisation in China. By... with the collaboration of Wang Ling. Volume 2. History of scientific thought. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1996. ISBN 0 521 05800 7. 700p.
- xxxix Ocagne (Maurice d'). Calculs numériques. Exposé, d'après l'article Allemand de R. Mehmke (Stuttgart) par... (Paris). Edition française de l'Encyclopédie des sciences mathématiques. Tirage à part de l'article I4. Paris, Gauthier-Villars, Leipzig, Teubner, sd. [repr. de l'exemplaire de l'Ecole Polytechnique aimablement communiqué, fin xixe]. pp. 196/452.
- xl Périssé (Sylvain). Sciences et religions à travers les siècles. Deuxième édition. Paris, Librairie Fischbacher, 1908. xvjp., 480p.
- xli Rashed (Roshdi). Histoire des sciences arabes. 1. Astronomie, théorique et appliquée. Seuil, Paris, 1997. 384p. ISBN 2-02-030352-3.
- xlii Sarton (George). A History of Science. Ancien Science through the golden age of Greece. Harvard University Press, Cambridge, 1952. xxvip., 646p.
- xliii Savonne (P.). L'Arithmétique de Pierre Savonne, dict Talon, Natif d'Auignon Comté de Venisses. A Lyon, Par Benoist Rigaud, M.D.LXXXVIII. 143p.
- xliv [Sciences en Alsace (les)]. 1538-1988. Oberlin, sl., 1989. ISBN 2-85369-078-4. 334p.
- xlvi [Smithsonian Institution]. Annual report of the Board of Regents of the Smithsonian Institution... for the year ending June 30, 1896. Report of the U.S. National Museum. Washington, Government Printing Office, 1898. xxivp., 1107p. plates.
- xlvi Sydenham (P. H.). Measuring instruments : tools of knowledge and control. Peter Peregrinus Ltd., Science Museum, London, 1979. xviiiip., 512p. ISBN 0.906048.19.2.
- xlvi Taton (René)]. La Science antique et médiévale. Histoire général.e des sciences, publiée sous la direction de... Tome I. Presses Universitaires de France, Paris, 1957. Viiiip., 628p.
- xlvi Zeuthen (H. G.). Histoire des mathématiques dans l'antiquité et le Moyen âge. Gauthier-Villars, Paris, 1902. xiiip., 296p.

7.2 Extraits de l'inventaire

Barreme (première orthographe lue), père et fils, occupent une place de choix dans la collection de tables de l'auteur ; leur œuvre témoigne des usages du calcul à leur époque mais également des difficultés rencontrées

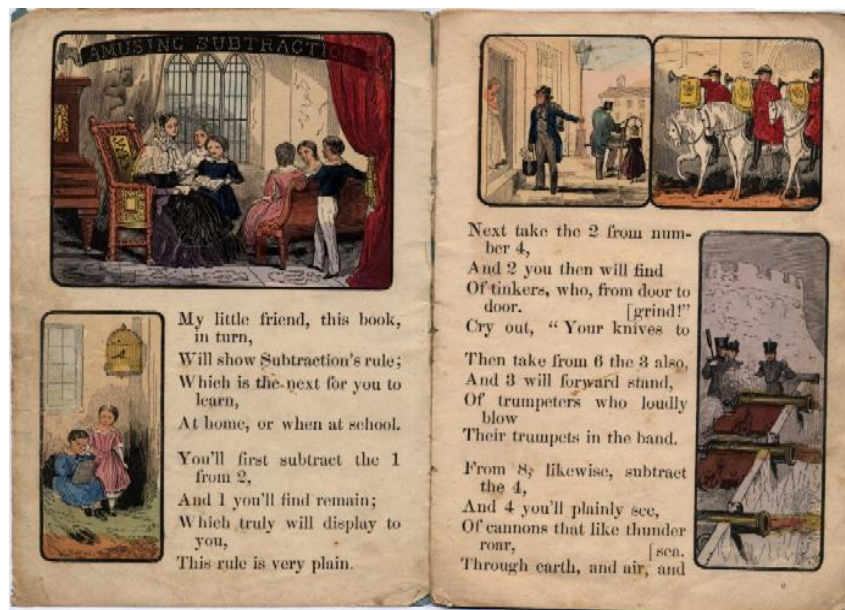


32. Mariage d'une mécanique, un arithmographe de Troncet, et d'une table de multiplication. Instrument édité par la Librairie Larousse, fin XIXe. Coll. SS.

quotidiennement en raison de la prolifération des unités de comptes ou de mesures dans les différents domaines d'application.

Barreme

- xlix **Barreme.** Le livre des comptes faits ou tarif général dédié à Monseigneur Colbert. Pouchard, Paris, 1704. [manque la page de titre]. sl. pag. mult.
- l **Barème.** Comptes-faits de. ou Tarif General dedié a Monseigneur Desmaretz. sl., 1704.
- li **Barreme.** Les comptes faits ou le tarif général de toutes les monnoyes. a Paris, chez Gaudoin, 1742. non pag. (probablement une réédition de l'ouvrage dont la page de frontispice est présentée en figure 14)
- lii **Barreme.** L'arithmétique du Sr Barreme, ou le livre facile pour apprendre l'arithmétique de soi-même, & sans maître... Nouvelle édition, ... A Paris, chez Gandouin, ..., Didot, ..., M DCC LIX. non pag., 485p., non pag.
- liii **Barreme.** L'arithmétique du Sieur Barrême, ou le livre facile pour apprendre l'arithmétique de soi-même, & sans maître... Nouvelle édition, ... Par N Barrême. A Lyon, Chez Amable Le Roy, ..., M DCC LXXXII. non pag., 491p., non pag.
- liv **Barreme.** Le livre des comptes-faits, Où l'on trouve les Supputations qui se font par les Multiplications, pour la valeur de quelque chose que l'on puisse s'imaginer, & à telles sommes qu'elles puissent monter. Par. Ouvrage très-utile aux Négociants, & particulièrement à ceux qui ne savent pas l'Arithmétique. A Orange, Chez Joseph Bouchony, Imprimeur-Libraire, 1816. 206p.
- lv **Barreme.** Comptes faits de Barreme en Francs et Centimes suivis... Paris, Moronval, Imprimeur-Editeur, 1831. 374p.
- lvi **Barème.** Le nouveau. ou comptes-faits de. en francs et centimes. Paris, Librairie de Théodore Lefèvre & Cie, sd. non pag.

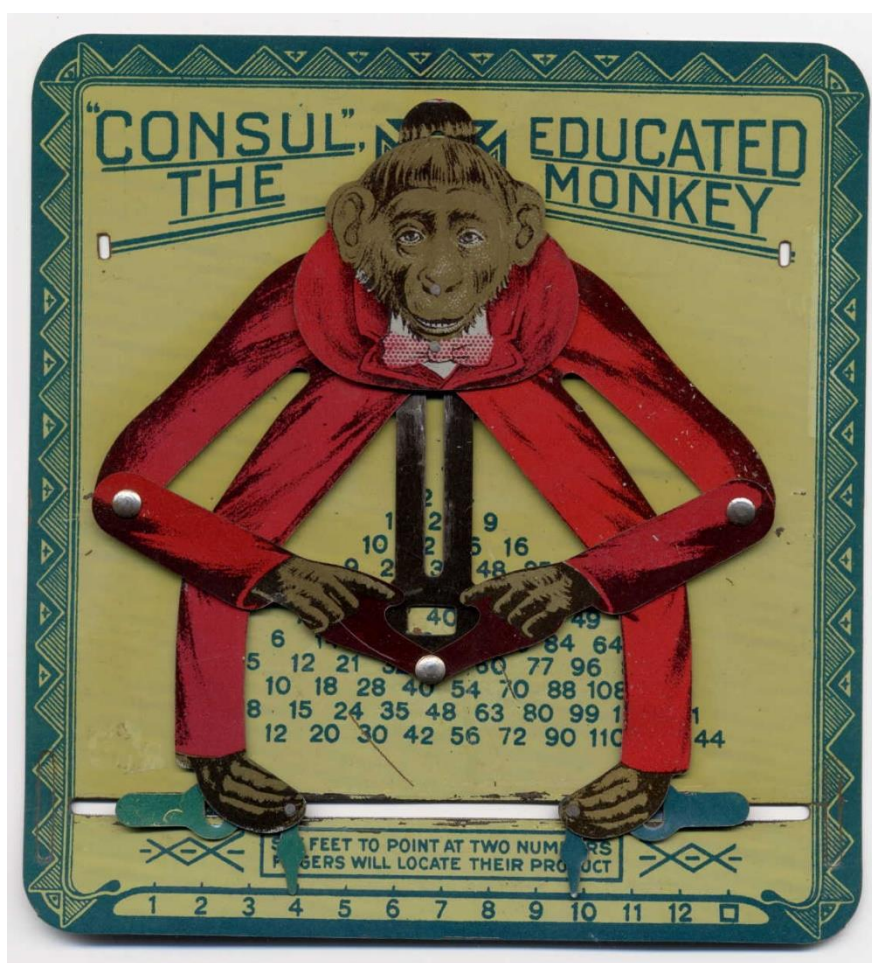


31. Vision britannique de la table de soustraction (suite). Coll. SS.

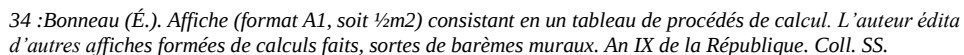
- lvii **Barême**. Comptes-faits de. ou Tarif General dédié a Monseigneur Desmaretz. Paris, Veuve Mace, sd. non pag.
- lviii **Barrême**. Nouveaux Comptes faits de Barrême en francs et en centimes précédés. A Paris ; chez Delarue, ..., [postérieur à 1862, d'après le fac-similé d'une pièce]. 272p.
- lix **Barême**. Comptes faits de Barême en francs et centimes... Paris ; Le Bailly, sd. 272p.

Autres tables

- lx [Anonyme]. Comptes-faits. [manque la page de titre]. slnd. 124p.
- lxi [Anonyme]. Nouveau Négociant Belge en francs et en centimes ou Tarif Général de tous les Comptes de Commerce. *Nieuwe Belgische Koopman in franks en centiemen of Algemeene Tarief van al de Handelaarsrekentagen*. Bruxelles, sd. non pag.
- lxii **Bedel** (J.-J.). Notions Élémentaires sur le calcul décimal et sur les nouvelles mesures ; ... A Épinal, Chez George, ... 1809. 124p.
- lxiii **Godard** (L.-E.), **Périnet** (Ode.). Tarifs métriques pour la réduction des bois en grume... suivi d'un traité de la réduction des bois en grume et de la charpente... et d'un nouveau tarif pour la réduction des sapins. St.-Dizier, 1925. 162p.
- lxiv **Guadet** (J.). Petite table numérique scolaire. Vuibert, Paris, 1908. 1p. en cinq volets.
- lxv **Isère** (E. Pice de l'), **Bazincourt** (M. J. de). Nouveau tableau-Barême, véritable calculateur universel... Paris, Librairie napoléonienne des arts et de l'industrie, sd. 24p., 2tbl.
- lxvi **Jahn** (Gustav Adolf). *Tafeln der Quadrat - und Kubikwurzeln aller Zahlen von 1 bis 25500, der Quadratzahlen aller Zahlen von 1 bis 27000 und der Kubikzahlen von 1 bis 24000. Nebst einigen andern Wurzel- und Potenztafeln. Entworfen von ... Leipzig, Verlag von Johann Ambrosius Barth, 1839. xiip. 240p.*
- lxvii **Lauriot**. Le triple barême du nouveau système de comptes-faits...par... Montbéliard, Deckherr, 1842. 300p.



33 : The Consul Monkey.



lxix

lxx

lxxi

lxxii

Wilkenson (Wilken). Maximal Multi-Divi. AB Multi-Divi, Vlkarbyn (Suède), 1947. Pag. mult., 2 encarts.

TABLEAU

Servant à convertir exactement les TOISES courantes et parties de Toise, en MÈTRES courants et parties de Mètre, et à déterminer, proportionnellement au prix des Mesures anciennes de longueur, celui des Mesures nouvelles.

Conformément aux dispositions de l'Arrêté des Consuls du 13 Brumaire an 9.

A L'USAGE DES ADMINISTRATIONS PUBLIQUES. — APPROUVÉ PAR LE MINISTRE DE L'INTÉRIEUR.

PAR ÉTIENNE BONNEAU.

DE LA TOISE COURANTE.				DU MÈTRE COURANT.			
La Toise, contenant 6 pieds, équivaut à 1,948. Le Pied, divisé en 12 lignes, équivaut à 0,333. La Pouce, divisé en 12 lignes, équivaut à 0,027. La Ligne, divisé en 12 points, équivaut à 0,002.				La Toise est remplacée par le double Mètre, équivaut à 2,000. Le Demi-mètre, divisé en 10 décimètres, équivaut à 0,500. Le Centimètre, divisé en 10 millimètres, équivaut à 0,010.			
Notes: La toise est le sixième de la longueur du bras étendu, prise au coude, et le pied est le sixième de la toise. Le mètre est la dixième partie du bras étendu, prise au coude. Le décimètre est la dixième partie du mètre. Le centimètre est la centième partie du mètre. Le millimètre est la millième partie du mètre.				Notes: Le mètre est la dixième partie du bras étendu, prise au coude. Le décimètre est la dixième partie du mètre. Le centimètre est la centième partie du mètre. Le millimètre est la millième partie du mètre.			

DÉTERMINATION DU PRIX		CONVERSION EN MÈTRES ET MILLIMÈTRES.													
DU MÈTRE, DU DÉCIMÈTRE, DU CENTIMÈTRE, DU MILLIMÈTRE.	DU PIED, DU POUCE, DU LIGNE.	TOISES			PIEDS			POUNCES			LIGNES				
TOISES	PIEDS	POUNCES	LIGNES	TOISES	PIEDS	POUNCES	LIGNES	TOISES	PIEDS	POUNCES	LIGNES	TOISES	PIEDS	POUNCES	LIGNES
1	6	12	24	1	3	6	12	1	3	6	12	1	3	6	12
2	12	24	48	2	6	12	24	2	6	12	24	2	6	12	24
3	18	36	72	3	9	18	36	3	9	18	36	3	9	18	36
4	24	48	96	4	12	24	48	4	12	24	48	4	12	24	48
5	30	60	120	5	15	30	60	5	15	30	60	5	15	30	60
6	36	72	144	6	18	36	72	6	18	36	72	6	18	36	72
7	42	84	168	7	21	42	84	7	21	42	84	7	21	42	84
8	48	96	192	8	24	48	96	8	24	48	96	8	24	48	96
9	54	108	216	9	27	54	108	9	27	54	108	9	27	54	108
10	60	120	240	10	30	60	120	10	30	60	120	10	30	60	120
11	66	132	264	11	33	66	132	11	33	66	132	11	33	66	132
12	72	144	288	12	36	72	144	12	36	72	144	12	36	72	144
13	78	156	312	13	39	78	156	13	39	78	156	13	39	78	156
14	84	168	336	14	42	84	168	14	42	84	168	14	42	84	168
15	90	180	360	15	45	90	180	15	45	90	180	15	45	90	180
16	96	192	384	16	48	96	192	16	48	96	192	16	48	96	192
17	102	204	408	17	51	102	204	17	51	102	204	17	51	102	204
18	108	216	432	18	54	108	216	18	54	108	216	18	54	108	216
19	114	228	456	19	57	114	228	19	57	114	228	19	57	114	228
20	120	240	480	20	60	120	240	20	60	120	240	20	60	120	240
21	126	252	504	21	63	126	252	21	63	126	252	21	63	126	252
22	132	264	528	22	66	132	264	22	66	132	264	22	66	132	264
23	138	276	552	23	69	138	276	23	69	138	276	23	69	138	276
24	144	288	576	24	72	144	288	24	72	144	288	24	72	144	288
25	150	300	600	25	75	150	300	25	75	150	300	25	75	150	300
26	156	312	624	26	78	156	312	26	78	156	312	26	78	156	312
27	162	324	648	27	81	162	324	27	81	162	324	27	81	162	324
28	168	336	672	28	84	168	336	28	84	168	336	28	84	168	336
29	174	348	696	29	87	174	348	29	87	174	348	29	87	174	348
30	180	360	720	30	90	180	360	30	90	180	360	30	90	180	360
31	186	372	744	31	93	186	372	31	93	186	372	31	93	186	372
32	192	384	768	32	96	192	384	32	96	192	384	32	96	192	384
33	198	396	792	33	99	198	396	33	99	198	396	33	99	198	396
34	204	408	816	34	102	204	408	34	102	204	408	34	102	204	408
35	210	420	840	35	105	210	420	35	105	210	420	35	105	210	420
36	216	432	864	36	108	216	432	36	108	216	432	36	108	216	432
37	222	444	888	37	111	222	444	37	111	222	444	37	111	222	444
38	228	456	912	38	114	228	456	38	114	228	456	38	114	228	456
39	234	468	936	39	117	234	468	39	117	234	468	39	117	234	468
40	240	480	960	40	120	240	480	40	120	240	480	40	120	240	480
41	246	492	984	41	123	246	492	41	123	246	492	41	123	246	492
42	252	504	1008	42	126	252	504	42	126	252	504	42	126	252	504
43	258	516	1032	43	129	258	516	43	129	258	516	43	129	258	516
44	264	528	1056	44	132	264	528	44	132	264	528	44	132	264	528
45	270	540	1080	45	135	270	540	45	135	270	540	45	135	270	540
46	276	552	1104	46	138	276	552	46	138	276	552	46	138	276	552
47	282	564	1128	47	141	282	564	47	141	282	564	47	141	282	564
48	288	576	1152	48	144	288	576	48	144	288	576	48	144	288	576
49	294	588	1176	49	147	294	588	49	147	294	588	49	147	294	588
50	300	600	1200	50	150	300	600	50	150	300	600	50	150	300	600
51	306	612	1224	51	153	306	612	51	153	306	612	51	153	306	612
52	312	624	1248	52	156	312	624	52	156	312	624	52	156	312	624
53	318	636	1272	53	159	318	636	53	159	318	636	53	159	318	636
54	324	648	1296	54	162	324	648	54	162	324	648	54	162	324	648
55	330	660	1320	55	165	330	660	55	165	330	660	55	165	330	660
56	336	672	1344	56	168	336	672	56	168	336	672	56	168	336	672
57	342	684	1368	57	171	342	684	57	171	342	684	57	171	342	684
58	348	696	1392	58	174	348	696	58	174	348	696	58	174	348	696
59	354	708	1416	59	177	354	708	59	177	354	708	59	177	354	708
60	360	720	1440	60	180	360	720	60	180	360	720	60	180	360	720
61	366	732	1464	61	183	366	732	61	183	366	732	61	183	366	732
62	372	744	1488	62	186	372	744	62	186	372	744	62	186	372	744
63	378	756	1512	63	189	378	756	63	189	378	756	63	189	378	756
64	384	768	1536	64	192	384	768	64	192	384	768	64	192	384	768
65	390	780	1560	65	195	390	780	65	195	390	780	65	195	390	780
66	396	792	1584	66	198	396	792	66	198	396	792	66	198	396	792
67	402	804	1608	67	201	402	804	67	201	402	804	67	201	402	804
68	408	816	1632	68	204	408	816	68	204	408	816	68	204	408	816
69	414	828	1656	69	207	414	828	69	207	414	828	69	207	414	828
70	420	840	1680	70	210	420	840	70	210	420	840	70	210	420	840
71	426	852	1704	71	213	426	852	71	213	426	852	71	213	426	852
72	432	864	1728	72	216	432	864	72	216	432	864	72	216	432	864
73	438	876	1752	73	219	438	876	73	219	438	876	73	219	438	876
74	444	888	1776	74	222	444	888	74	222	444	888	74	222	444	888
75	450	900	1800	75	225	450	900	75	225	450	900	75	225	450	900
76	456	912	1824	76	228	456	912	76	228	456	912	76	228	456	912
77	462	924	1848	77	231	462	924	77	231	462	924	77	231	462	924
78	468	936	1872	78	234	468	936	78	234	468	936	78	234	468	936
79	474	948	1896	79	237	474	948	79	237	474	948	79	237	474	948
80	480	960	1920	80	240	480	960	80	240	480	960	80	240	480	960
81	486	972	1944	81	243	486	972	81	243	486	972	81	243	486	972
82	492	984	1968	82	246	492	984	82	246	492	984	82	246	492	984
83	498	996	1992	83	249	498	996	83	249	498	996	83	249	498	996
84	504	1008	2016	84	252	504	1008	84	252	504	1008	84	252	504	1008
85	510	1020	2040	85	255	510	1020	85	255	510	1020	85	255	510	1020
86	516	1032	2064	86	258	516	1032	86	258	516	1032	86	258	516	1032
87	522	1044	2088	87	261	522	1044	87	261	522	1044	87	261	522	1044
88	528	1056	2112	88	264	528	1056	88	264	528	1056	88	264	528	1056
89	534	1068	2136	89	267	534	1068	89	267	534	1068	89	267	534	1068
90	540	1080	2160	90	270	540	108								